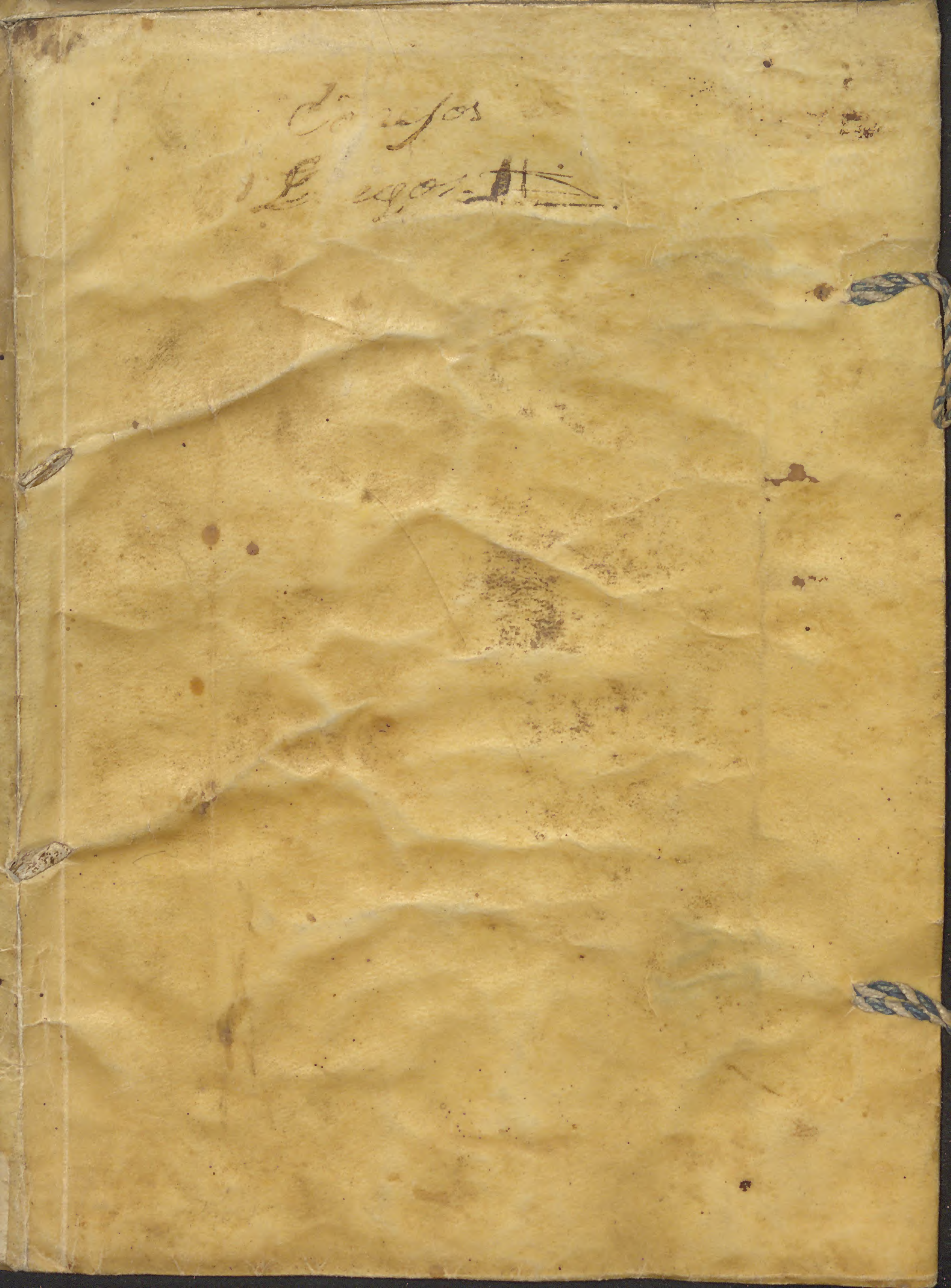


tablas para Sauer Contar.

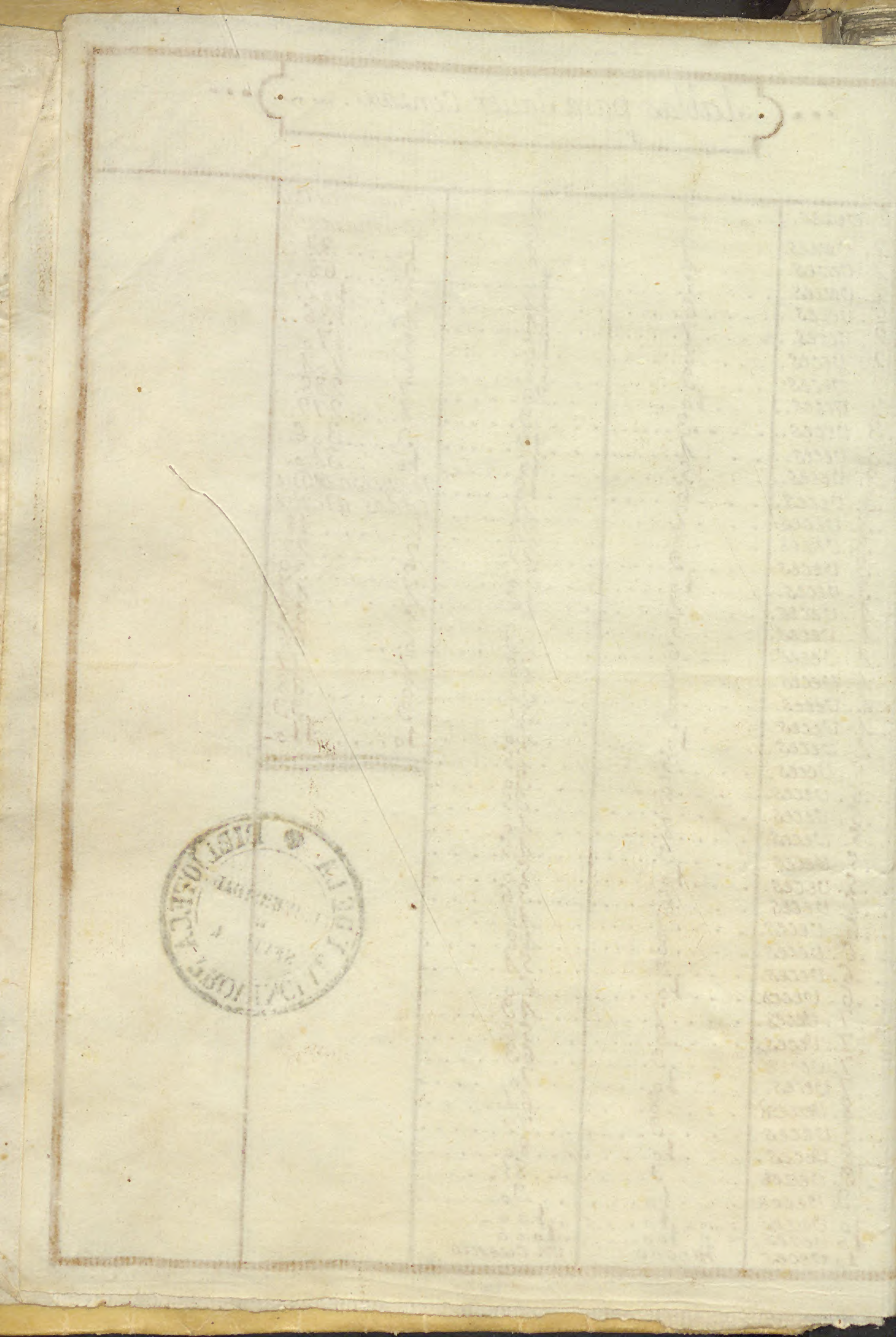
2. vezes	2	4
2. vezes	3	6
2. vezes	4	8
2. vezes	5	10
2. veces	6	12
2. veces	7	14
2. veces	8	16
2. veces	9	18
2. veces	10	20
3. veces	3	9
3. veces	4	12
3. veces	5	15
3. veces	6	18
3. veces	7	21
3. vezes	8	24
3. veces	9	27
3. veces	10	30
4. veces	4	16
4. veces	5	20
4. veces	6	24
4. veces	7	28
4. veces	8	32
4 veces	9	36
4. veces	10	40
5. veces	5	25
5. veces	6	30
5. veces	7	35
5. veces	8	40
5. veces	9	45
5. veces	10	50
6. veces	6	36
6. veces	7	42
6. veces	8	48
6. veces	9	54
6. veces	10	60
7. veces	7	49
7. veces	8	56
7. veces	9	63
7 veces	10	70
8. vezes	8	64
8 veces	9	72
8 veces	10	80
9. vezes	9	81
9. veces	10	90
10 vezes	10	100
10 vezes	100	1000
10 veces	100000	vn cuento

reduzion de reales ã maraued.

1	34
2	68
3	102
4	136
5	170
6	204
7	238
8	272
9	306
10	340

reduzion de Ducados a reales

1	11
2	22
3	33
4	44
5	55
6	66
7	77
8	88
9	99
10	110



Curso

Mathematico para la instruccion de los Militares

Introducion

Concurren la ciencia, y el valor entre otras muchas prendas naturales, para ilustrar al noble Militar, haciendole feliz en las acciones, glorioso a la Patria, respetable al mundo, y a la posteridad memorable, y entre todas la que mas importa es la Mathematica, q. segun la derivación del Griego es lo mismo, que Doctrina. Su objeto es todo aquello, por lo q. se dice una cossa igual, maior, o menor, q. otra de su misma especie; y assi la Mathematica es ciencia q. trata de la cantidad intelligible capaz de

~~des~~ de aumento, y diminucion, como: el numero, la extension, la gravedad, la Celeridad, el sonido &c.

Los Philosophos tratan de la cantidad en quanto impenetrable; los Mathematicos en quanto numerable, o mensurable.

Quando se consideran, o señalan sus terminos se llama cantidad finita, pero sino infinita, o indeterminada.

La cantidad intelligible se divide en continua, y discreta. Cantidad continua es aquella, cuias partes se consideran continuadas, como la extension, o el espacio; discreta es aquella, cuias partes se consideran separadas, o distintas, como el numero; la cantidad discreta se considera tambien sobre la extension, o el espacio: como si se dice una linea de dos pies, una superficie de quatro pies quadrados, un solido de ocho pies cubicos, porque se distinguen, o numeran las partes. Cantidad es lo mismo, que magnitud, y assi, la cantidad en comun se dice magnitud en comun, pero quando se habla de ella en parti-

cular, a la discreta dan el nombre de cantidad, y a la continua el de magnitud. Las propiedades, que en una, y otra se consideran, son la Adiccion, subtraccion, Multiplicacion, Division, Razon, Proporcion, y Potencia: pero ademas de esto en la cantidad continua se considera la Possicion de la magnitud, esto es: si una linea esta dentro, o fuera del espacio en la superficie inferior, o en la superior del solido.

Dividese la Mathematica en varias partes, que se reducen a dos especies, la una de puras, y la otra de impuras. Las puramente Mathematicas son: la Geometria, que trata de la extension, y la Arithmetica, q. considera el numero; las demas son Phisico Mathematicas porq. tratan de la cantidad acompañada con alguna afeccion sensible propia de la Phisica: como la optica, que trata de la cantidad visible, la Musica de la cantidad sonora &.

Las q. se daran en esta Academia establecida para el ~~arte militar~~ instruir la instruccion del arte Militar son: la Arithmetica, q. trata de los numeros, la Geometria q. considera la extension del espacio, o la medida, la Trigonometria, q. se emplea en la resolucion de los triangulos, la Maquina

ria, o Mecanica, q̃ averigua la fuerza en la potencia, la Estatica que determina la gravedad, o el peso de los cuerpos: la Hidrostatica q̃ reconoce el Equilibrio de las aguas: la Hidraulica, q̃ dispone artificiosas maquinas para mover, y levantar las aguas: la Fortificacion q̃ prescrive reglas para la defensa, y ofensa de las armas: la Artilleria, q̃ imbenta las maquinas del fuego: la Arquitectura civil, q̃ la construie con modos fuertes, y hermosos edificios: la Prespectiva q̃ representa las figuras, y, finalmente la Cosmografia o descripcion del universo, para conocimiento de la esfera q̃ havitamos.

De todas estas se tratara con la claridad, y brevedad possible, sin ommitir lo q̃ pareciere mas conveniente a nro assumpto.

De los Fundamentos de la Mathematica.

Sobre tres principios se funda la ciencia Mathematica, q̃ son Definiciones, Axiomas, Peticiones, o Postulados.

Definicion es la explicacion clara, distinta, y adequada

de algun termino o vocablo, para formarse en el entendimiento la idea, o representacion de su propio significado (llamado nocion primera) evitando toda equivocacion, y ambiguedad.

Axioma, o comun sentencia es una verdad tan clara, cierta, y evidente, que no necessita de prueba; como decir que el todo es maior q. qualquiera de sus partes.

Peticion, o Postulado es una licencia, q. a todos se concede para hacer lo q. manifiestamente se conoce q. se puede hacer: como de q. de un punto se puede tirar una linea recta.

De la exposicion de algunos terminos Generales.

En el discurso desta obra se hallaran varios terminos, cuia significacion se dara en su lugar, para no confundir al principiante: y solo se explicaran aora los mas frequentes, q. son: Proposicion, Theorema

Poblema, Lemma, Corolario, Scolio, Ypotesis, y Thesis.

Proposicion es la conclusion de alguna cossa, q̃ se ha de provar, y es de dos maneras, Especulativa, y Practica.

Theorema es la proposicion especulativa en q̃ se propone la propiedad de alguna cossa: Problema es una proposicion practica, ò question, en que se propone executar alguna cossa.

Lemma es una proposicion Theorematica, y algunas veces Problematica, q̃ sirve para facilitar la inteligencia de otras proposiciones.

Corolario, ò Consectario es una consequencia q̃ se infiere de lo ya ~~dicho~~ asentado.

Scholio es una reflexion, annotacion, ò amplificacion de lo q̃ ya se ha dicho.

Ypothesis es lo mismo q̃ suposicion, y la afirmacion, ò negacion de alguna cossa se llama these.

Tratado de la Arithmetica.

Entre las ciencias Mathematicas tiene el primer lugar la Arithmetica por ser la puerta (segun Platon) para entrar en el conocimiento de las demas, pues todas necessitan de ella.

Es la Arithmetica ciencia q̃ trata de la cantidad discreta, o de los numeros, y se divide en Especulativa, y Practica: la Especulativa considera las proposiciones, o propiedades de los numeros: la practica se exercita en computarlos recta, y compendiosamente.

Por razon de las notas, Zifras, o caracteres de q̃ se sirve la Arithmetica se divide en Vulgar, y Literal; la primera exercita sus operaciones por las notas vulgares, y la segunda por las literales, o letras de Alfabeto.

De una, y otra se tratara dividiendolas en seis libros.

En el primero se explicaran las quatro primeras reglas de la Arithmetica Universal.

En el 2º de la Arithmetica literal.

En el 3º la razon, y Proporcion en comun. En el 4º las reglas de tres.

En el 5.º la composicion de las Potestades, y Extraccion de las raises.
En el 6.º de las Progressiones.

LIBRO 1.

Capitulo 1.

De la Arithmetica de la numeracion.

Definicion 1.ª

Uno es lo q̃ de tal suerte es algo, q̃ no puede ser otra cossa: como un Angel, un Hombre, una piedra, un Elefante &.ª unidad es el abstracto por quien se dice uno.

Definicion 2.ª

Numero es quanto se refiere, o hace relacion a la unidad

Definicion 3.ª

Cantidades Homogeneas se dicen quando la una repetida algunas veces puede exceder a la otra. Heterogeneas quando la una por muchas veces q̃ se repita no puede exceder a la otra.

Definicion 4.ª

Parte es una cantidad menor, respecto de otra maior Homogenea, o de su misma especie q̃ se llama todo.

Definicion 5.ª

La parte se divide en Aliquota, y Aliquanta: parte Aliquota es la q̃ repetida algunas veces iguala al todo: como 2 es parte Aliquota de 6. porq̃ tomado tres veces hace 6. Aliquanta es la q̃ repetida algunas veces, siempre es maior, o menor q̃ el todo, como 2 es parte Aliquanta de 7. porq̃ tomado tres veces es menor q̃ 7. y tomado 4 veces es maior, q̃ 7.

Definicion 6.ª

Cantidades commensurables son las q̃ tienen alguna parte Aliquota comun incommensurables las q̃ no la tienen.

Definicion 7.ª

Numero entero es el q̃ se refiere a la unidad, como el todo a la parte. Elquebrado Fraccion, o Minucia se refiere a

a la unidad como la parte al todo

Definicion 8.ª

Numero racional, ó Efable es el commensurable con la unidad; Irracional Inefable, ó Geometrico el que es con la unidad incommensurable.

Definicion 9.ª

Numero racional entero es una parte Aliquota es la unidad. Numero racional quebrado el que es parte de la unidad. El racional mixto consta de entero, y quebrado.

Definicion 10.ª

Los terminos, o voces Generales de la numeracion son uno, dos, tres, quatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez; los nueve primeros se llaman Digitos. Sus significados pueden ser tres. Unidades, Decenas, y Centenas &. una Decena, dos Decenas, tres Decenas &.ª una Centena, dos Centenas, tres Centenas &.ª De diez unidades se compone una de

cena, de diez decenas una Centena, de diez Centenas un millar, de diez unidades de millar una Decena de millar, de diez decenas de millar una centena de millar, de diez centenas de millar un cuento, o millar. La Decenas, Centenas &c.ª se llaman articulos, de unidades, Decenas, y Centenas se forma una clase, y de dos Clases una Dignidad. Las Dignidades se llaman simples, Cuentos, Vicuentos, Tricuentos, Quadricuentos &c.ª

Ypothesis.

Las notas numericas inventadas por los Arabes son uno, dos, tres, quatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, para expresar con ellas no solo las unidades, sino tambien las Decenas, Centenas, de las Clases, y Dignidades, q.e se les dá un valor Local de suerte, q.e estando solas, o si acompañadas tienen el primer lugar de la derecha, y denotan Unidades simples, en el lugar 2.º Decenas,

en el 3º Centenas &ª. los lugares vacios se ocupan con un cero, q. es la nota q. significada.

COROLARIO 1º

De lo dicho se infiere q. las partes de la numeracion guardan el orden siguiente.

Unidad Decena Centena	Simple	Unidad Decena Centena	Vicuento.
Unidad Decena Centena	Millar.	Unidad Decena Centena	Millar de Vicuento.
Unidad Decena Centena	Cuento	Unidad Decena Centena	Tricuento
Unidad Decena Centena	Millar de Cuento.	Unidad Decena Centena	Millar de Tricuento.

COROLARIO 2º

Tambien se infiere q. la Expresion de las Unidades, Decenas, Centenas &ª. es la siguiente.

1	Uno	10	Diez
2	Dos	20	[illegible]
[illegible]	[illegible]	30	[illegible]nta.
[illegible]	quatro	[illegible]	[illegible]arenta
5	[illegible]	[illegible]	Cinquenta
6	se[illegible]	[illegible]	Sesenta
7	siete	70	Setenta
8	ocho		
9	nueve.		

1	Uno	10	Diez	100	Ciento	1000	mil
2	dos	20	Veinte	200	dos Cient.	2000	dos mil
3	tres	30	treinta	300.	tres Cien.	3000	tres mil.
4	quatro	40	Qua^{ta}	400	quatro ci.	4000	quatro mil
5	cinco	50	Cinq^{ta}	500	quini.	5000	cinco mil.
6	seis	60	Ses.^{ta}	600	seis cien.	6000	seis mil.
7	siete	70	setenta.	700.	siete cien.	7000	siete mil
8	ocho	80	Ochenta.	800	ocho cien.	8000	ocho mil
9	nueve	90	Noventa.	900	nueve cien.	9000	nueve mil.

COROLARIO 3°.

Si a cada ~~de~~ Decena se le añaden las nueve unidades se tendran los demas numeros enteros hasta llegar a ciento, y se expresan poniendo en primer lugar las unidades, y en el segundo las Decenas como se sigue.

11...	Once	18...	diez, y ocho
12...	doce	19...	...diez, y nueve
13...	trece	20...	..Veinte.
14...	Catorce	21...	..Veinte, y uno
15...	quince	22...	...Veinte, y dos
16...	diez, y seis	23...	...Veinte, y tres
17...	diez, y siete	24...	...Veinte, y quatro

Del mismo modo si a cada centena se le añaden las Decenas, y a cada una de estas las unidades, se tendran los numeros desde ciento hasta mil, y se escrive poniendo en primer lugar las unidades, en el 2º. las Decenas, y en el 3º. las Centenas, y asi aviendo de escrivir quatro cientos setenta, y cinco, porq se compone de quatro unidades de siete decenas, y quatro Centenas, sera su expresion 475.

El numero ochocientos, y noventa, q se compone de nueve decenas, y ocho centenas, se expresa 890. ocupando con un cero el lugar vacio de las unidades.

El numero ciento, y tres se escrive 103. poniendo el cero, en el lugar vacio de las decenas, y asi

de otro qualquiera.

COROLARIO 4.°

Entendido el modo de escrivir, será facil ~~entender~~ leer el valor de qualesquiera notas, atendiendo a la significacion de cada uno, y tambien al lugar q.e ocupa: y asi 642. porq.e la primera nota indica dos unidades, la segunda quatro decenas, y la tercera seis centenas; quiere decir seis cientos quarenta, y dos. Si estuviere escrito 624. seria quatro unidades, dos decenas, y seis centenas; esto es, seis ciento, veinte, y quatro. Si estuviera escrito 246. seria seis unidades, ~~dos~~ quatro decenas, y dos centenas, esto es doscientos quarenta, y seis. La explicacion ~~201~~. indica una unidad, y dos centenas, esto es doscientos, y uno.

Scolio.

Quando son muchas las notas se leeran facilmente, dividiendolas de tres en tres con puntos, y quedaran formadas las clases, y para distinguir las Dignidades se pondra sobre el ~~prima~~ 2.° punto 1. sobre el 4.° 2. sobre el 6.° 3., y asi alternativamente. Con esta disposicion se empezaran a leer las

nota por la Izquierda hasta el punto q primero ocurra, y si tuviere exponente encima y fuere 4. se dira alli Quadricuentos, si fuere 3. tricuentos, si 2. vicuentos, y si 1. cuentos: en llegando a punto sin exponente se dira mil.

Exemplo

Lea el numero 21.^{4}470 007.^{3}502.380.^{2}295. 333.^{1}111.684. q dispuestos como se ha dicho, se leera veinte [illegible] Quadricuentos, quatrocientos setenta mil, y siete tricuentos, quinientos dos mil, y trecientos vicuentos, doscientos noventa, y cinco mil, trecientos treinta, y tres cuentos, ciento once mil, seiscientos ochenta, y quatro.

Axiomas.

1.º

Las cossas q son iguales a otras son iguales entre si.

2.º

Si a cossas iguales se añaden iguales, los todos seran iguales.

3.º

Si de cossas iguales se quitan iguales, los residuos quedaran yguales.

Si

4°

Si a cosas iguales se añaden, o quitan de iguales se tendran las sumas, o residuos desiguales.

5°

Si cosas iguales se multiplican, o parten por iguales: esto es se aumentan, o deminuien igualmente se tendran iguales.

6°

Si cosas iguales se multiplican, o parten por desiguales, los productos, o Quocientes se tendran desiguales.

7°

Las cosas q son duplas, triplas &c.a de cantidades iguales, son iguales.

8°

Las cosas q son mitades tercios &c.a de cantidades iguales, son tambien iguales.

9°

El todo es maior que su parte.

Capitulo 2°

De el Algorithmo de los numeros, esto es de las quatro primeras reglas de la Arithmetica Vulgar; q son sumar, restar, multiplicar, y partir.

Definicion 11.

Addicion es la invencion de un numero llamado suma, o agregado, q̄ es igual a otros numeros Homogeneos dados.

COROLARIO.

Los numeros q̄ se han de sumar deven ser de una misma especie: esto es reales con reales, Dineros con Dineros &ª

Proposicion 1ª Problema.

sumar qualesquiera numeros.

RESOLUCION.

Lo primero dispongase las cantidades de suerte q̄ las ~~unidades~~ unidades correspondan a las unidades, las decenas a las decenas, las centenas a las centenas &ª y tirese por debajo una recta para no confundir con ellas la suma o agregado.

Lo 2º. añadanse las unidades unas a otras sucessivamente, y escrivase devajo la suma haciendo lo mismo en el lugar de las Decenas, y Centenas.

Lo 3º. si la suma de las unidades compusiere exactamente una, o muchas Decenas, se escrivira cero devajo, y se llevaran las Decenas para unirlas con las del 2º. lugar, y assi en la Centena, Millesima &ª

Lo 4.º si sumando las unidades, el agregado compusiere algunas unidades, y Decenas, se escrivirán estas debaxo, y se llevarán las Decenas para unirlas con las del 2.º lugar, y assi en las demas.

Exemplo	
Sean de Sumar	213.
	425.
	340.
Suma . .	978

Empezando por las unidades digase: tres, y cinco son ocho, q. se escrive debaxo; uno, y dos son 3. y quatro son 7. q. se escrive debaxo; dos, y quatro son seis, y tres son 9. q. se escrive debaxo, y será la suma 978.

Exemplo 2.º		
Se han de sumar	2434	2434
	~~sumar~~	3213
	~~6478~~	6415
	~~2209~~	3541
	~~6862~~	2212
Suma . . .	~~[illegible]~~	17515

Digase quatro, y ocho son doce, y nueve son veinte y una, y tres veinte, y quatro, y se escrivirá 4 debaxo, y porq. son dos Decenas, se llevan las dos Decenas diciendo: dos, y tres son cinco, y siete doce, y dos catorce, y seis veinte, y porq. veinte Decenas son dos centenas justas se escrive debaxo 0. y se llevan dos, q. se unirán a las centenas, diciendo; dos, y una son tres, y quatro son siete, y tres son diez, y porq. diez Centenas justas hacen un millar se escrive 0, y se lleva una

para unirlo a los millares diciendo uno, y dos son tres, y seis son nueve, q̄ escrito de bajo sera la suma 9004.

Demostracion.

Las partes del numero son las unidades, Decenas, Centenas &ª pero el agregado o suma contiene todas las unidades, Decenas, y Centenas &ª de las cantidades dadas luego (por el Axioma 1º) la suma es igual a todas ellas.

Scolio 1º.

Para no fatigar la memoria quando las cantidades son muchas se sumaran las notas, y en llegando a diez se dexara un señal, y se llevara el exceso q̄ huvie se uniendolo a las notas inferiores, y devajo se escrivira el ultimo exceso, llevando para la segunda columna tantas Decenas como señales se dejaron en la primera, y assi en las demas.

Segun lo dicho en el presente exemplo se dira: nueve y cinco son catorce, y porq̄ llego a diez se dexara un señal, y el exceso quatro se unira a las notas in-

Exemplo.	
	989.
Se han	765
de sumã	293.
	478
	695
Suma	3220

sernores, diciendo quatro, y tres son siete, y ocho son quince, y dexando señal se lleva el exceso cinco, q añadido a cinco son diez, y dexando señal se escrivira debajo 0 por ser el exceso nada. Porq se dexaron tres señales se uniran en la 2ª Columna al ocho, y se tendran once, y dexando señal al exceso uno se juntara con el seis, y seran siete, y nueve son diez, y seis, y dexando señal se unira el exceso seis al siete, y se tendran trece, y dexando señal se agregaran el exceso tres al nueve, y se tendra doce, q dexando señal se escrivira devajo el exceso 2 llevando los señales de la 2ª columna para unirlos a la tercera se continuara la operacion, y sera la suma 2820.

Scolio 2º.

Aviendo de sumar numeros denominados, q expressan diversas especies, y en llegando a cierto numero, q la especie menor passa a la maior; se ha de saber q numero de la especie menor compone la unidad de la maior immediata: por exemplo siendo Tuesas, Pies, Pulgadas, lineas, se ha de saber q una Tuesa consta de seis pies, el Pie de doce Pulgadas, y la pulgada de doce lineas, por lo qual doce lineas es una pulgada, doce pulga

das un pie, y seis Pies una Tuesa, y assi para sumar las partidas semejantes se escrivirán por su orden las especies poniendo a la derecha la menor de suerte q̃ correspondan líneas a líneas, Pulgadas a Pulgadas, Pies a Pies &c.ª

Exemplo.

Tuesas	Pies	Pulgá:	líneas
17	2	5	9
10	4	3	11
04	3	2	7
Suma 32.	4	0	3.

Empezando por las líneas siempre q̃ se llegue a doce se dexará un señal, y se llevará el exceso, esto es nueve, y once son veinte, dexando una señal se llevan las ocho, q̃ añadidas a siete son quince, y dexando señal se tiene el exceso 3 q̃ se escrive devajo.

Porq̃ se dexaron dos señales se dirá: dos, y cinco son siete, y tres diez, y dos doce, y dexando señal se escrive devajo 0.

Porq̃ se dexó un señal se dirá uno, y dos tres, y quatro siete

y dexando señal se lleva el exceso uno, y tres son quatro, y llevando una Suessa por un señal q se dexo se continua llanamente, y se tendra la suma 82. Tuesas, 4 pies, y 3 lineas

Para sumar libras, sueldos Dineros, se ha de notar q una libra vale 20 sueldos, un sueldo doce dineros; y assi para sumar las partidas siguientes.

Libras.	Sueldos.	Din.
13	17	8
24	15	9
Suma 39	8	4.

Livras.	Suel.	Din
13	17	8
24	15	9
38	13	5

Sumense los dineros, y en llegando a doce se dexa señal, y se lleva el exceso, y sumando los sueldos en llegando a veinte se dexa señal, y se lleva el exceso con la qual tendra la suma de 38 libras 13 sueldos, y 5 Dineros

Para sumar signos, Grados, Minutos, segundos se ha de notar, q un signo se compone de 30 grados, 1 grado de 60 minutos primeros, y un minuto de 60 2dos. y assi aviendo de sumar las partidas sig.

Signos,	Grados,	Minutos,	Segundos
4	14	38	24.
3	27	43	59.
Suma 8	12.	22.	23.

Se empezara sumando los segundos, y en lle gando a sesenta se dexa señal, y se lleva el exceso, y lo mismo se hace en los Mi nutos; pero en los grados en llegando a treinta se dexa señal, y se lleva el ex ceso, y de este modo tendra la suma 8 signos 12. grados 22 minutos primeros veinte, y tres segundos.

A este modo se su man otras especies como Varas, Palmos, Dedos, Quintales, Arrobas, libras, onzas &.

Definicion 12.

Subtraccion es la invencion, o averiguaci on de un numero llamado diferencia, o residuo entre dos numeros dados de u na misma especie; el q̃ resta se llama subtraendo, y aquel de quien se resta mi nuendo.

Corolario

Para restar una cantidad de otra, deben ser de una misma especie; esto es Reales se deven restar de Reales, Dineros de Dineros &ª

~~Definicion~~

Proposicion 2ª. Problema

Restar un numero menor de otro maior.

Resolucion.

Lo 1º escrivase el menor devajo el mayor de suerte q correspondan unidades a unidades, Decenas a Decenas, Centenas a Centenas &c.ª y devajo tirese una recta.
Lo 2º Empezandose por la derecha reste cada nota inferior de la superior, y deba so escrivase la diferencia.

Exemplo.

De:	6899.
Se han de res.	4802.
Difer.ª	2093

Digase de dos a cinco van tres de cero a 9 van 9. de ocho a 8 no va nada, y de 4 a 6 van 2. y se hallara que es la diferencia dos mil, y noventa, y tres entre los dos numeros dados

Lo 3º quando la nota inferior es mayor q la superior se añaden diez a la de arriba, sacando la unidad de la nota superior immediata, y se dexa un señal para memoria.

Porq 7 no se puede restar de 3 se tomara del 9 una Decena, q son diez unidades, dexando señal, y añadiendo diez al 3 seran trece, y se restara diciendo de 7 a 13 van 6, y porq el 9 tiene señal va

Exemplo.

le solamente 8, y se dira de cinco a 8

De . . . 93	
Sehan de res. . 57.	
Difeª. . . . 36	

van tres, y sera la diferencia es entre los dos numeros 36.

Lo 4º. Si la nota de quien se ha de tomar la unidad es 0 se tomara de la nota significati ba, q. primero se encuentre, y dexando señal para memoria todos los ceros q. sigan valdran 9.

Exemplo.

De . . .	8002.
Sehan de rest. .	4935.
Difeª. . .	3067.

Porq. 5 no se puede restar de 2. se tomara un millar del 8, y dexando señal valdra solamente siete, y cada cero valdra nueve, y el 2 valdra 12. y se dira de 5 a 12 van 7. de 3 a 9 van 6. de 9 a 9 nada de 4 a 7 van 3, y sera la diferencia 3067. la razon es porq. el millar q. se toma del 8 vale diez centenas, de las qua les dexando nueve en el primero, y nueve decenas en el 2º. y una Decena q. son diez unidades en el 2 hacen 12. y queda la misma cantidad; en el exemplo siguiente se hallan todos los casos q. se ofrecen en el restar.

~~De . . 47005023 8.~~

~~Se han de res . .~~

De . . .	47009023 8
Se han de restar . . .	36509349 2
Difeª.	10499678 6

Scolio.

Haviendo de restar los numeros denomina dos, se tendra atencion al valor de cada especie, y en lo demas se resta como se ha dicho.

Exemplo.

	Tuesas,	Pies,	Pulgadas,	lineas.
De...	24	3	11	5
Se han de restar.	15	3	10	3.
Difer.a	9.	0	01	2

Restando tres lineas de cinco quedan 2 restando diez de once queda 1, restando tres Pies de tres queda nada, y restando quince Tuesas de veinte, y quatro quedan 9. y sera la diferencia 9 Tuesas 1 Pulgada, y 2 lineas.

Sino se puede restar el numero de alguna especie menor, se toma la unidad de la especie superior inmediata, y se añade a la menor.

Exemplo.

	Tuesas,	Pies,	Pulg.s	lineas.
De...	24	2	5	3.
Se han de res.	16	4	9	11.
Difer.a	7.	3	7	4.

Para restar 11 lineas de 3 se tomara del

q dexando señal una Pulgada q̃ vale 12 lineas, y añadidas a 3 se tendra 15 y restando 11 de 15 quedan 4 por razon del señal el q vale 4 Pulgadas, y para restar las 9 se tomara un pie del 2 q̃ vale 12 Pulg.s y se tendran 16 de quien restando 9 quedan siete; para restar los Pies de 24 se tomara ~~señal~~ dexando señal una Tuesa q̃ vale seis Pies, y se tendra 7 de los q̃ restando 4 quedan 3 y restando la Tuesa se tendra la difer.a 7 Tuesas 3 Pies 7 Pulgadas, y 4 lineas La razon es porq̃ 24 Tuesas, 2 Pies 9 pulgadas, y 3 lineas es lo mismo q̃ 23 Tuesas 7 Pies 16 Pulg.s y 15 lineas, esto es.

De...	23	7	16	15.
Se han de restar.	16	4	9	11.
Queda	7	3	7...	4.

Otro Exemplo.

	Tuesas,	Pies	Pulg.s	lineas.
De..	8	0	0	0
Se han de res.	4 –	2	7	9.

Se tomara del 8 una Tuesa, y se reducira a Pies, Pulg.s y lineas, y se tendra

	Tuesas,	Pies,	Pulg.s	lineas.
De...	7	5	11	12.
Se ha de res...	4	2	7	9.
Difer.a	3	3	4	3.

Corolario 2.º

	Grados,	Minutos,	Seg.s
De . . .	47	28	34.
Se han de restar.	42	53.	29.
Difer.a	4	35	5

Restando 29 seg.s de 34 quedan 5, porq.e 53 minutos no se pueden restar de 28. se tomara de 47 un grado y vale 60 Minutos, y añadidos a 28 se tendra 88 de quien restando 53 quedan 35 restando 42 de 46 quedaran 4 grados 35 minutos, y 5 seg.s

Si de 180 grados se han de restar 35 grá. 8 minutos, y 17 seg.s se tomara un grado, y reducido a minutos y seg.s se tendra.

	Grados,	Minutos,	seg.s
De	179	59.	60
Se ha de restar. .	35	8	17.
Difer.a	144.	51 —	43.

Scolio.

Un hombre nacio en 19 de Noviembre del año de 1692 a las horas 8 - 15 minutos, y 32 segundos de la noche, y murio

año

el dia 13 de Julio del año de 1738 a las 11 horas 52 minutos, y 50 seg.^s de la mañana; y se quiere saver el tiempo q̃ vivio.
Para esto se escrivira el tiempo completo de los años, meses, y dias q̃ passaron, assi en el nacimiento, como en la muerte, y hecho esto se pondra aparte el tiempo completo, y se hara la resta en la qual se vera el tiempo q̃ se pide.

Para esto se supone q̃ el año Civil empieza en la media noche el dia 31 de Diciembre: luego en el momento q̃ murio avian passado 1737 años, 6 meses, 12 dias, 11 horas, 52 minutos, y 50 segundos, y en el instante de su nacimiento avian passado 1691 años 10 meses 18 dias 20 horas 45 minutos, y 32 segundos, y sabiendo q̃ el año tiene 12 meses, el mes comun 30 dias, el dia 24 horas, la hora 60 minutos primeros, y el primero 60 segundos.

	Años,	Meses,	Dias,	Horas,	Min.^s,	Seg.^s
	1737.	6	12.	11	52	50.
	1691	10	18	20.	45.	32.
Diferª.	45	7	23	15	7	18

Restando el tiempo menor del maior se hallara, q̃ vivio 45 años, 7 meses, 23 dias, 19 horas, 7 minutos primeros, y 18 seg.s

A este modo restan libras, sueldos, y dineros, como tambien Varas, palmos, dedos &.a

Definicion. 13.

Multiplicacion es la invencion de un numero llamado Producto, q̃ contiene tantas veces a un numero dado, como unidades contiene otro numero, porquien se ha multiplicado.

Por exemplo el multiplicar 4 por 3 es buscar el producto 12 q̃ contiene tres veces al 4, o bien q̃ contiene quatro veces al tres, los numeros q̃ se multiplican como 4, y 3 se llaman raizes, lados, o factores de los quales el uno se dice multiplicando, y el otro multiplicador.

Corolario 1.o

El multiplicar es un sumar abreviado, porq̃ sumando el 4 tres veces se tiene 12 y sumando el 3 quatro veces se tiene 12.. y assi lo mismo es multiplicar 4 por 3 q̃ 3 por 4 y por consiguiente lo mismo es sumar 3 veces el 4 q̃ quatro veces el 3.

Corolario 2°

La unidad no aumenta ni disminuye la multiplicacion, porq el multiplicar por 1 es tomar 1 vez la misma cantidad, tambien el producto de qualquiera numero por cero es cero.

Scolio 1°

Los numeros q se multiplican pueden ser de diversa especie, pero el producto siempre ha de ser de la especie del multiplicador; como por exemplo si se multiplican varas por reales, o reales el producto sera reales.

Scolio 2°

Para facilitar la practica de la multiplicacion se han de tener de memoria todos los productos de los numeros digitos conforme se contienen en la tabla siguiente. A. C. llamada Pitagorica por ser inventada por Pitagoras.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	C.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
2	4	6	8	10	12	14	16	18	
3	6	9	12	15	18	21	24	27.	
4	8	12	16	20	24	28	32	36	
5	10	15	20	25	30	35	40	45.	
6	12	18	24	30	36	42	48	54.	
7	14	21	28	35	42	49	56	63	
8	16	24	32	40	48	56	64	72.	
9	18	27	36	45	54	63	72	81	

A. En la parte superior se contiene el multiplicando, y a la yzquierda el multiplicador, y los productos se hallaran enfrente. Exemplo, para saber el producto de 6 por 5 se toma en la parte superior el 6 y en la columna de la izquierda el 5 y enfrente de uno, y otro se halla treinta, que es el producto q se pide. Lo mismo se hallaria tomando el 5 arriba, y el 6 a la yzquierda.

Proposicion 3.a Problema.

multiplicar qualquiera cantidad por otra.

Resolucion

Lo primero escrivase el multiplicador debajo del multiplicando, correspondiendo unidades a unidades, decenas a decenas &c.a y se hechara una recta por debajo.

Lo 2o. empezando por la derecha se multiplicara toda la cantidad por la primera nota del multiplicador, y despues se multiplicara por la 2a y luego por la 3a y cada producto se empezara a escrivir debajo la nota q multiplica.

Lo 3o sumense los productos parciales, y se tendra el producto q se pide.

Exemplo.

Multiplicando. 400789.
Multiplicador. 3106

2404710
400789o.
1202355
Suma. ~~12~~ Suma 1267187

Aviendo de multiplicar las cantidades del presente exemplo, escritas como parece se empezara por el 6 diciendo 6 veces 9 son 30, y escriviendo 0 llevo 3. 6 veces 8 son 48 y tres q llevo son 51. escrivo el 1 y llevo 5. 6 veces 7 son 42. y 5 q llevo son 47. escrivo el 7 y llevo 4. 6 veces 0 es 0. y escrivo los 4.

q̃ llevo, 6 veces o. es o, y escrivo o 6 veces 4
son 24 y se escriven 24 por ser el ultimo.
Porq̃ la 2.a nota del multiplicador es o todo
el producto sera o. y asi no hay necesidad
de escrivir sino un o enfrente del 1.

Porq̃ la 3.a nota del multiplicador es 1. basta escri-
vir devajo la cantidad de arriba.

Para multi-
plicar por 3 se dira 3 veces 5 son 15, y escri-
viendo el 5 llevo 1, y digo 3 veces 8 son
24 y uno q̃ llevo son 25. y escriviendo el
5 llevare 2. y digo tres veces 7 son 21; y 2.
q̃ llevo son 23. escrivo el 3. y llevo 2. y digo
3 veces o es o y porq̃ no llevo nada escri-
vo o y finalmente 3 veces 4 son 12. q̃ se
escriven por ser la ultima nota, y su-
mando los productos parciales se tendra
el total. 12.4483821o.

Scolio. 1.o

Para multiplicar por 1o. 1oo 1ooo &c.a basta
añadir a la cantidad tantos ceros como
tiene el multiplicador, ası́ asi el produc
to de 475. por 1o es 475o. por 1oo sera 47
5oo. por 1ooo es 475ooo.

Scolio 2.o

Quando a la derecha de alguna cantidad
hay algunos ceros basta multiplicar

la notas significativas, y añadir tantos ceros como hay en una, y otra cantidad.

Exemplo

Para multiplicar . . . 4000
Por . . . . 300.
Producto . . . 1200000.

Basta multiplicar 4 por 3 y añadiendo 5 ceros se tendra 1200000

Scolio 3°

Para multiplicar por uno, o muchos nueves basta añadir tantos ceros, y restar la cantidad.

Exemplo.

423.	Se añadiran dos ceros
99.	a los 423, y se tendra
3861.	42300. y restando 423
3861.	quedara 41877.
41877	42300.
42471	423.
	41877.

429
99
3861
3861
42471

42900
429
42471

La razon es por q añadir dos ceros es tomar cien veces la cantidad, y restando la una vez se tendra lo q ha producido el 423. por 99.

Definicion 14.

Division es la averiguacion de quantas veces un numero esta contenido en otro.

El numero q̃ se parte se llama dividendo, y el numero por quien se parte se llama Divissor. o Partidor, y el q̃ se busca se llama Quociete.

El partir 12 por 4 es buscar un numero 3 q̃ exprese las veces q̃ el 4 se contiene en el 12. el dividendo es 12 el divisor es 4 y el quociente 3.

Corolario 1º

El partir es un restar abreviado, porq̃ lo mismo es partir 12 por 4. q̃ restar 4 ~~por~~ del 12. quantas veces se pudiere, y de una, y otra suerte se hallara el 3.

Corolario 2º

La unidad no diminuye en la particion, porq̃ se contiene tantas veces en qualquiera numero, como expresan sus notas.

Proposicion 4ª Problema

Partir un numero mayor por otro menor.

Resolucion.

Lo 1º escrivase el divisor al lado del dividendo, y separense de la yzquierda del dividendo con un punto tantas notas, quantas

tuviere el divisor, o si lo separado no fuere igual, o maior q el divisor, se tomara del dividendo otra nota mas.

Lo 2º. vease quantas veces el divisor se contiene en las notas separadas, y el numero q lo indicare sera el Quociente, q se escrivira aparte.

Lo 3º multipliquese el divisor por el quociente, y el producto restese del dividendo, y se tendra el residuo 1º

Lo 4º. juntese al residuo la nota que sigue en el dividendo, y vease quantas veces contiene el divisor, y el numero q saliere se pondra en el quociente al lado del 1º. y multiplicando el Divisor por esta nota, el producto se restara del residuo 1º. y se tendra el residuo 2º

Lo 5º. se continuara la operacion de este modo hasta q se haian vajado todas las notas del dividendo, y se tendra concluida la operacion.

Exemplo.

Aviendo de partir 14143 por 3 se pondra el partidor 3 al lado del dividendo, y porq no cabe el 3 en la primera nota se apartaran del dividendo las dos primeras notas de la yzquierda esto es 14, y se dira

14 a 3 les cave a 4. q̃ se escrivira aparte, y multiplicando 4 por 3. se tendra 12 que res-tado de 14 quedan 2. por el residuo 1º.

Baxese el 1º del dividendo, y se tendra 21, y digase 21 a 3 cave a 7. q̃ se escrivira en el Quociente y multiplicando 7 por 3 se tendra 21. q̃ res-tado de 21. queda 0. por el residuo 2º.

Baxese el 8, y digase 8 a 3 cave a 2. q̃ se pone en el quociente, y multiplicando 3 por 2 se tiene 6 q̃ restado de 8. quedan 2. por el residuo 3º. Baxese el el 4 y se tendra 24. y digase 24 a 3 les cave a 8, y multiplicando 8 por 3 se tendra 24. q̃ restado de 24 queda 0. por el residuo 4º. y porq̃ no hay mas notas q̃ baxar del dividendo se dira q̃ 14184. parti-do por 3 les cave a 4728.

Dividendo.	14184 | 3	Divisor
	12	4728. Quociente
Residuo 1º.	021.	Caso 2º
Residuo 2º.	21. / 008	Quando el divi-
	6	sor consta de algu-
3º.	24	nas notas se hara
	24.	la particion
4º.	00.	observando las reglas antecedentes.

Exemplo

Aviendo de partir 144192. por 32. se escrivira el divissor al lado del dividendo, y porq 14 no se puede partir por 32. se tomaran 144. para regular el quociete, esto es saber quantas veces cave 32 en 144. porq el Dividendo hay una nota mas y el divisor se regulan las dos primeras del dividendo a la 1.a de el Divisor esto es 14 a 3 esto es diciendo 14 a 3 les cave a 4 q se escrive en el quociete, y multiplicando todo el Divisor a 32. por 4. se tendra 128 q restado de 144. quedan 16 por el residuo 1.o Baxese el 1 y se tendra 161. y digase 16 a 3 les cave a 5. y multiplicando 32 por 5 se tendra 160 q restado de 161. queda 1. por el residuo 2.o

Baxese el 9. y se tendra 19. y porq uno no se puede partir a 3 o bien 19. no se puede partir 32. se escrive en el quociente 0. Baxese el 2.o y se tendra 192. por el residuo 2.o y 3.o q se dira 19 a 3 les cave a 6. q se escrive en el quociente, y multiplicando 32. por 6 se tendra 192. q restado de 192. queda 0. y se tendra en el quociente 4506.

Divi-

Dividendo . . . . 14419.2. | 32 Divisor

	128	4506 — Quocie.te
1.º	161.	32
	160.	9012
2.º	001	13518
	192.	144192
3.º	0.	

Scolio 1.º

Si aviendo multiplicado el divisor por el quociente fuere tan grande el producto que no se puede restar es señal q no le cave a tanto, y assi el quociente se hara menor, si aviendo restado sobra su numero igual, o maior q el Divisor, es señal q le cave a mas, y assi el Quociente sera maior, esto se ha de observar cuidadosamente en cada operacion.

Scolio 2.º

Quando el partidor es 2 se puede hacer la operacion sacando la mitad; si es 3 el tercio, y quatro el quarto, y assi aviendo de partir. 14484. por 3. se sacara el $\frac{1}{3}$ diciendo el $\frac{1}{3}$ de 14 es 4. y sobran 2. se escrive el 4. y juntan

do el 2 con el 1. se tendra 21. el $\frac{1}{3}$ de 21 es 7. el $\frac{1}{3}$ de 8 es 2. y sobran 2. y añadiendo el 4. seran 24. cuio $\frac{1}{3}$ es 8. y se tendra el Quociente. 4728.

14184 | 13

Quociente 4728.

Scolio 3º

Quando el partidor tiene muchas notas, o bien ha de servir para muchas particiones se hace con mucho descanso, y sin exponerse a equivocacion, ni tantear a como le cabe (q es la dificultad, y embarazo de los principiantes) se formara una tabla del Divisor multiplicando por todos los numeros digitos.

Exemplo.

3708147 | 543
3258 | 6829
4501 | 543
4344 | 2067 6
1574 | 2756 8
1086 | 3446 0
4887 | 3742356
0000

tata
blaes
tabue
na

543....	1.
1086....	2.
1629....	3
2172....	4.
2715....	5
3258....	6
3801....	7.
4344....	8
4887....	9.

Se ha de partir 3708147. por 543 multiplicando 543. por la unidad

e la misma cantidad el producto, mul
tiplicando por 2 se tendra 1086:
multiplicando por 3. sera 1629. por
4 sera 2172. y hasta nueve poniendo
los productos de suerte q por su orden
se sigan los unos a los otros, y al lado
de cada producto se pondra el nume
ro digito q sirvio de multiplicador, co
mo se ve en la presente tabla; hecho
esto separo del Dividendo las 4 prime
ras notas 3708 como se ha dicho, y bus-
cando en la tabla no se encuentra jus
ta, pero su proximo menor 3258.
q corresponde a 6 escrivo en el Quoci
ente 6. y restando 3258. del Dividen
do quedan 450. por el residuo 1º.
Baxese el 1, y se tendra 4501. q se bus-
cara en la tabla y se hallara q el pro
ximo menor es 4344 q corresponde a
8, y escriviendo 8 en el Quociente, se
hara la resta, y se tendra 157. por el
residuo 2º.

an

Baxese el 4 y se tendra 1574.
q buscando en la tabla se halla el proxi-
mo menor 1086 q corresponde a 2. y es-
criviendo el 2. en el Quociente, y he
cha la resta se tendra 488 por el residuo
3.

Baxese el 7. y se tendra 4887. q̃ buscado en la tabla corresponde juntamente a 9. q̃ se escrivira en el Quociente, y he cha la resta queda 0 por el residuo 4° y se tendra todo el Quociente 6829.
Si la cantidad q̃ se busca en la tabla fu ere menor q̃ el Divisor se pone en el Quociente 0 y se baja otra nota del dividendo como se ha dicho

Scolio 4°.

Otros muchos modos hay de partir mas breves multiplicando, y restando a un tiempo, pero estos dos q̃ se han dado son los mas claros, y menos expuestos a error.

Scolio 5°.

Si en el ultimo residuo sobrare algo se pondra sobre una linea, y debajo el divisor, y se tendra una fraccion, partiendo pues 26 por 3. le cave a 8, y sobran 2. y poniendo sobre una linea el 2. y de bajo el divisor 3 se tendra $\frac{2}{3}$ esto es dos tercios, y se dira el Quociente.. es 8 y $\frac{2}{3}$

$$\begin{array}{l|l} 26 & 3 \\ \underline{24} & 8\frac{2}{3} \\ 2 & \end{array}$$

Scolio 6°.

Quando el Divisor es 10 100 1000 &c.ª basta quitar de la derecha del Dividendo tan

tas notas como ceros tiene el Divisor, y assi aviendo de partir 5427. por 10. sera el Quociente 542. y $\frac{7}{10}$. y si se parte por 100. sera el Quociente 54. y $\frac{27}{100}$. y se parte por 1000 y sera el Quociente $\frac{427}{1000}$.

Scolio 7º

Quando el Divisor es producido de dos o mas raizes, si se parte por una de ellas se tendra el Quociente q se pide

Exemplo.

144192. | 32
60030. 18024. Octavo.
4506 quarto.

Queriendo partir 144192. por 32 porq 32 se produce de la multiplicacion de 8 por 4 se puede partir la cantidad por 8 y el Quociente dividirlo por 4 o al contrario partir la cantidad por 4, y el quociente dividirlo por 8, y assi sacando $\frac{1}{8}$ se tendra 18024. y sacando de esta $\frac{1}{4}$, se tendra 4506 por el Quociente q se pide

Tambien porq 32 se produce de la multiplicacion de las notas 22222. sacando sucessivamente la mitad se hallara el Quociente como antes.

Scolio 8º

Quando un nume- | 144192 ... mitad
ro menor se parte | 72096 ... mitad
por otro maior se ex- | 36048 ... mitad
prira el Quociente | 18024 ... mitad
por una fraccion p. Quoci- | 9012 ... mitad
 | te 8506 ... mitad.

niendo sobre una linea el Dividendo y devajo el Divisor, y asi partiendo 2 por 3. sera el Quociente $\frac{2}{3}$ quiere decir 2 partido por 3.

Proposicion 5.ª Problema

Examinar la addicion, subtraccion, multiplicacion, y particion.

El examen o prueva desta practica se hace por las operaciones contrarias, de suerte q. el sumar se prueba restando, y el restar sumando, como tambien el multiplicar se prueba partiendo, y el partir multiplicando.

Lo 1.º aviendo sumado las partidas expresadas al margen se halla 9004. para probar si la operacion esta exacta se sumaran las columnas por la yzquierda, diciendo 2, y 6 son 8, q. restados de 9. queda 1. en la columna siguiente 1, y 4 son 5. y tres son 8 q. restados de 10 quedan 2

en la columna siguiente
3, y 7 son 10 y 2 son 12 y 6
son 18 q restados de 20 que
dan 2. y en la siguiente co
lumna 4. y 8 son 12. y 9 son
21. y 3 son 24. q restados de
24 queda o. y se conclue q la operacion
esta bien hecha por no aver sobrado
cossa alguna.

2134
6478
329
63
9004.
1220.

Lo 2º de 93 restando 57 se
hallo el residuo de 36 para la prueba
se suma la cantidad
menor 57 con el residuo
36, y porq la suma es
93 igual a la cantidad maior 93. se dira q la operacion esta exacta.

de.. 93.
se resta 57
residuo. 36
93.

Lo 3º multiplicando 400785. por 3106.
se hallo el producto siguiente 1244838
210 para examinar la operacion se parte el producto por el multiplicador como
se sigue.

400785 (6 + 6) 4, 6
3106
2404710.
4007850:
1202355
1634252 10 | 3106

| 3106

~~1202355.~~

1244838210.	3106	Y así partiendo
12424.	400785 Quo.te	1244838210 ~~por~~
24382	3106	por 3106, y por
21742	2406110	q el Quociente es
26401.	400785	igual al multipli-
24848.	1202355	cando 400785 se di-
15530.	1204839616	ra q la operacion
15530		esta buena.
00000.		

Esto está buena

Si el producto se partiera por el multiplicando seria el Quociente el multiplicador 3106.

Lo 4.º aviendo partido 14419 2 por 32 se hallo el Quociente 4506 y para examinar la operacion se multiplica el Quociente por el Divisor esto es 4506 por 32. y porq el producto sale igual al Dividendo se dira q la operacion esta exacta.

144192.	32	
128	4506.	
161.	32	
160.	9012	buena
192	13518	
192.	144192	
000.		

Si huviere sobrado algo se añadira al producto y si saliera la suma igual al dividendo estaria buena la operacion, como por exemplo partiendo 26 por 3 se halla el Quociente 8 y sobraran 2 luego multiplicando 8

26 | 3
24 | 8
2

8
3
24
2.
26.

4506
32.
9012
13518.
144192.

por 8 se tendra 24 y añadiendo 2 q̃ sobraron sera el todo 26 igual al Dividendo.

Capitulo 3.º

De las fracciones Vulgares.

Aunque la inteligencia de las fracciones depende de la razon, y proporcion de los numeros q̃ se dara en el libro tercero, para q̃ el principiante no carezca de su noticia, se explicara aora brevemente omitiendo sus demonstraciones, buscando solamente la brevedad, y utilidad de la practica.

Ypothesis.

La fraccion, o quebrado se expresa por dos numeros puestos el uno sobre otro con una linea intermedia. El inferior llamado Denominador indica la unidad, o el entero dividido en partes dadas en el caso propuesto exemplo dos tercios de un real se escrive asi $\frac{2}{3}$ en donde el Denominador 3 indica q̃ el real esta dividido en 3 partes iguales, y el numerador 2 señala, o termina dos de dichas partes

Scolio.

El quebrado tiene su origen de la particion de un numero por otro; como si dos Reales se han de partir a tres hombres, a cada uno le tocara dos tercios, y el quebrado

$\frac{2}{3}$ sera el Quociente de suerte q̃ el nume-
rador es el Dividendo, y el Denominador
el Divisor.

Quando el Denominador es
2. las partes se llaman medios, y si 3 ter-
cios, y si 4 quartos, y asi en adelante
se dicen quintos, sextos, septimos, octa-
vos, novenos, decimos, pero desde 11 en a-
delante despues de nombrar el numera-
dor, al Denominador, se le añade la voz
Abos y asi $\frac{4}{19}$ se dice quatro diez, y nue-
ve Abos.

Definicion 15.

Si el numerador es menor q̃ el denomina-
dor, se llama el quebrado propio. como
$\frac{248}{5710}$ Quando es igual o maior q̃ el
Denominador como $\frac{9}{9}$. $\frac{11}{05}$ se lla-
ma quebrado impropio porq̃ entonces aunq̃
la cantidad se figura como quebrado inclu-
ye uno o muchos enteros.

Definicion 16.

Dividese el quebrado en simple, y compu-
esto, el quebrado simple es parte, o partes
de un entero como $\frac{2}{3}$ quiere decir los dos
tercios de un entero. El quebrado compues-
to es parte, o partes del quebrado simple
como $\frac{4}{5}$ de $\frac{3}{4}$ quiere decir quatro quintos

de tres quartos.

Definicion 17.

Medir un numero a otro se dice quando la parte enteramente, y assi los numeros 2, 3, 4, y 6 son medidas del numero 12: la maior medida es el numero maior que la parte, y assi 6 es la maior medida de 12.

Definicion 18.

La maior comun medida de dos, o mas numeros es el maior numero que los parte enteramente, y assi 4 es la maior medida comun de 12. y 20 que mide 3 veces al 12. y cinco veces al 20.

Definicion 19.

Numero Primo es el que no tiene otra medida que la unidad como 3, 5, 7, 11, 13, 17 &c.
Numeros entre si Primos son aquellos cu la maior medida comun es la unidad como 3, y 4.

Definicion 20.

Numero compuesto es el que ademas de la unidad tiene otra medida como 4 6 8 9 10 12 &c.

Proposicion 6.a Problema

Hallar la maior comun medida de dos numeros

Resolucion.

Partase el numero maior por el menor, y si sobra algo partase el menor por lo q̃ sobro, y si en la 2ª particion sobro algo partase el 1º residuo por el 2º. y de esta suerte se continuara hasta q̃ no sobre cosa alguna, y el ultimo partidor sera la maior comun medida.

Exemplo.

Pidese la maior medida comun de 21 y 15 partase 21 por 15. y sobran 6 partase 15 por 6, y sobran 3 partase 6 por 3 y queda 0. luego 3 es la maior medida comun de 21, y 15 esto es q̃ 3 es el maior numero q̃ igualmente parte 21, y 15.

21 | 15 15 1 6 15 | 6 12 2. 3 6 | 3 6 2 0.	Hallar la maior comun medida de 432. y 234. partiendo 432. por 234 sobraron 198. partiendo 234 por 198 sobraron 36. partiendo 198 por 36 sobraron 18. partiendo 36 por 18 sobro 0. con q̃ se dira q̃ 18 es la maior comun medida de los numeros dados

Scolio 1º

Quando el ultimo partidor es la unidad entonces los numeros propuestos no tienen maior medi-

432. \| 234
234.   1
198.
234 \| 198
198.   1

da comun, y se llaman entre si Primos.

	36
herrada	198 (36 / 180 5 / 18.
	36 (18 / 36 / 00

Exemplo.

Pidese la maior medida comun de los numeros 14, y 11 partese 14 por 11 y sobran 3. partese 11 por 3. y sobran 2 partase 3 por 2 y sobra 1 partase 2 por 1 y sobra 0. y porq el ultimo partidor es la unidad se dice q los numero 14 y 11 no tienen otra comun medida q la misma unidad, y assi son entre si Primos.

14 (11 / 11 1 / 3.

11 (3 / 9 3. / 2.

3 (2 / 2 1. / 1

2 (1 / 2 2. / 0.

Scolio 2°

Si se busca la maior medida comun de tres numeros como 35. 49, 56.

Lo 1° buscase la maior medida de 35. y 49 como se ha hecho ante.te y se hallara q es 7. y partiendo 56 por 7. porq vino 0. se dira q la maior medida comun es 7. de los dichos numeros 35. 49. 56. De la misma forma se halla la maior medida comun de quatro, o mas numeros.

49 (35 / 35 1 / 14.

35 (14 / 28 2 / 7.

14 (7 / 14 2. / 00.

56 (7 / 56 8 / 00.

Proposicion 7.a Problema.

Reducir un Quebrado a los minimos terminos.
El mismo valor de un quebrado se puede expresar con infinidad de terminos, ya menores, y ya maiores, como con un medio $\frac{1}{2}$ es lo mismo q. $\frac{2}{4}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{4}{8}$ $\frac{5}{10}$ &c. porq. asi como la unidad dividida en dos partes, la una se dice $\frac{1}{2}$ asi dividida en quatro partes su mitad es $\frac{2}{4}$ y dividida en 6 la mitad es $\frac{3}{6}$ y dividida en 8 su mitad es $\frac{4}{8}$. &c.

Operacion

Para reducir un quebrado à los minimos terminos busquese (por la proposicion 6.ª) la maior medida comun de numerador, y denominador, y por ella partanse los dos, digo q. los Quocientes forman el quebrado q. se busca.

Exemplo.

Sea el quebrado $\frac{15}{21}$ la maior medida comun de 15. y 21 es 3. y partiendo 15 por 3 sera el Quociente 5 y partiendo el 21 por 3. sera el Quociente 7. y el quebrado 5 con 7. es lo mismo q. $\frac{15}{21}$ y queda reducido a los minimos terminos.

Proposicion 8.ª Problema.

Reducir el quebrado a un comun Denominador.

Resolucion.

Para reducir qualesquiera quebrados de distintos denominadores como $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{6}$ a un comun denominador

Lo 1º multipliquense los Denominadores 2 4 y 6 entre si, y el producto 48 sera el comun Denominador

Lo 2 multipliquese cada numerador por todos los denominadores de los otros, y asi para hallar el numerador del 1º multipliquense los numeros 1. 4, y 6 y se tendra 24. y este es el numerador del 1º Para el 2º multipliquense 2.3, y 6 y se tendra 36 por el 2º numerador; para el 3º multipliquense 24 y 5. y se tendra 40 por numerador del 3º. y asi reducidos dichos quebrados se daran $\frac{24}{48}$.

$\frac{36}{48}$ $\frac{40}{48}$

24. 36 40.

$\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{6}$ — 48

$\frac{24}{48}$ $\frac{36}{48}$ $\frac{40}{48}$. 18. 12 — 2 4 — 3 9. — 27.

$\frac{18}{27}$ $\frac{12}{27}$:

Tambien se han de reducir $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{9}$ el producto de los denominadores esto es 3 por 9 es 27. denominador comun, y multiplicando en Cruz dos veces 9 son 18, y 4. veces 3 son 12. y se tendran los numeros 18 del 1º y 12 del 2º. y reducidos los quebrados sera $\frac{18}{27}$ y $\frac{12}{27}$. esto es diez y ocho veinte y siete Abos, y doce veintee y siete Abos

Proposicion 9.ª Problema.

reducir el quebrado compuesto a simple

Resolucion

Sea el quebrado compuesto $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{4}$ de $\frac{5}{6}$ multipliquense continuadamente los numeradores 2 1 y 5. y el producto 10 sera numerador, multipliquense tambien los Denominadores entre si 3,4, y 6, y el producto 72. sera el Denominador y asi $\frac{10}{72}$. $\frac{5}{36}$ es lo mismo q. $\frac{2}{3}$ del $\frac{1}{4}$ de $\frac{5}{6}$

Proposicion 10.ª Problema

Reducir los enteros a quebrados.

Resolucion.

Para q. los enteros tengan la forma de quebrados, basta solo ponerlos por denominador la unidad como $\frac{12}{1}$ es lo mismo q. 12 enteros, pero si se han de reducir a la especie de quartos, multiplique 12 por 4 y el producto 48 sera numerador, y asi $\frac{48}{4}$ es lo mismo q. 12 enteros.

Si un entero y quebrado como 6, y $\frac{4}{5}$ esto es 6 enteros, y quatro quintos se ha de reducir a la especie de quebrados se multiplicara 6 por 5 y al producto 30 añadiendo los $\frac{4}{5}$ sera $\frac{34}{5}$ q. es lo mismo q. 6 y $\frac{4}{5}$.

6
5
30
4
34
$\frac{34}{5}$

Proposicion 11.

Problema

Reducir los quebrados a enteros

Resolucion

Si el numerador fuere maior se partira por el Denominador, y el Quociente expresara los enteros como $\frac{30}{5}$ partiendo pues 30 por 5 el Quociente 6 son los enteros: quando sobra alguna cosa se deja por quebrado como si se ha de reducir $\frac{32}{5}$ partiendo 32 por 5 el Quociente es 6 y sobran 2. y se dira q vale el quebrado 6 enteros y $\frac{2}{5}$ q es lo mismo q $\frac{32}{5}$.

```
30 | 5
30   6
00

32. | 5
30    6
2.
6 y 2/5
32/5
```

Proposicion 12.

Problema.

Conocido el valor de un entero se multiplica por el numerador, y el producto se parte por el Denominador, y el Quociente sera el valor del quebrado.

Exemplo.

Queriendo saber el valor de... $\frac{3}{5}$ de libra, porq una libra vale... 20 sueldos se multiplicara 20 por 3. y el producto 60 se partira por 5 y el Quociente sera 12. sueldos, q es el valor de $\frac{3}{5}$ de libra.

Quando en la particion sobra algo se haçe quebrado, y se le da su valor de la misma forma sea pues $\frac{5}{8}$ de libra multi-

plicado 20 sueldos q̃ tiene la libra por 5 y se tendra el producto 100 los quales partidos por 8 sera el Quociente 12 sueldos, y $\frac{4}{8}$ de sueldo, y porq̃ un sueldo vale doce dineros multiplicado 12 por 4, y el producto 48 partido por 8 da el

20	60	5
3	60	12.
60	00	

100	8	
8	12	$\frac{4}{8}$
20		
16		
4		

12.
4
48

48	8
48	6
00.	

Quociente 6, q̃ son 6 dineros, digo q̃ $\frac{5}{8}$ de libra son 12. sueldos, y 6 dineros.

Proposicion 13. Problema

Sumar Quebrados

Resolucion.

Si los quebrados fueren de distintos denominadores, se reduciran a un comun Denominador (por la proposicion 8.ª) y sumense los numeradores.

Exemplo,

Sean los quebrados q̃ se han de sumar $\frac{3}{7}$ y $\frac{2}{5}$ reducidos a un comun denominador son $\frac{15}{35}$ y $\frac{14}{35}$ sumense pues 15, y 14 y se tendra $\frac{29}{37}$ por la suma de 3. y 2.

$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{5}$
$\frac{15}{35}$	$\frac{14}{35}$.
Suma	$\frac{29}{35}$

Si se han de sumar los quebrados compuestos, se reducen a simples (por la proposicion 9) y despues se suman como se ha dicho.

Scolio 1º

Para sumar enteros, y quebrados con enteros se hara lo siguiente.

Operacion.

Se han de sumar.... $6\frac{1}{2}$

Con........ 4

Suma...... $10\frac{1}{2}$

Sumense las fracciones q̃ huviere de una misma denominacion, y las q̃ no lo no fueren se dara un comun Denominador, y si fuere menester se reduciran a menor Expresion, o bien a minimos terminos; y teniendo esto se vera en la suma de las fracciones, si componen algunos enteros (por la proposicion 11) dexando señal quando la suma fuere igual al Denominador, y si sobrare alguna fraccion se pondra en la suma, y se llevaran las señales, o puntos q̃ se dexaron, sumandolos con los enteros, y se tendra la suma q̃ se pide, y porq̃ en el presente exemplo no hay mas quebrado q̃ uno, no avra mas q̃ ponerlo en la suma, y sumar los enteros, y tendra $10\frac{1}{2}$.

Otro Exemplo.

Se han de sumar . . . . $6\,\frac{2}{3}$

$4\,\frac{2}{4}$

$7\,\frac{1}{2}$

Suma . . . $18\,\frac{2}{3}$

Porq una mitad es lo mismo q $\frac{2}{4}$ se, tomara este quebrado en lugar de una mitad, y se tendra q la suma de los dos numeradores esto es $\frac{2}{4}$ con $\frac{2}{4}$ señal $\frac{4}{4}$ igual a un entero, y dexando señal, y haciendo lo mismo q se dixo antes se tendra la suma 18 y $\frac{2}{3}$.

Scolio 2.º

Se han de sumar . . . . . $6\,\frac{4}{3}$

$8\,\frac{1}{2}$

$5\,\frac{2}{3}$

$7\,\frac{3}{4}$

$\frac{12}{4}\ \frac{2}{5}\ \frac{5}{8}$ 13.—

$\frac{5\quad 8}{20}$ $\frac{13}{20}$ $1\,\frac{2}{5}$

Suma 28.— $28\,\frac{13}{20}$

Se sumaran todas las fracciones q̄ vuiese de una misma Denominacion, dexando señal, y observando lo mismo

q. se ha dicho en el Escolio antecedente, y porq. en el presente exemplo se hallan dos fracciones de distinto Denominador q. son $\frac{1}{4}$ y $\frac{2}{5}$, se reduciran a un comun Denominador (por la proposicion 8.a) y se tendran $\frac{5}{20}$ y $\frac{8}{20}$ q. sumados los numeradores se tendran $\frac{13}{20}$ y porq. no hay ningun quebrado igual a este, se pondra en la suma, y llevando los puntos q. se dexaron se agregaran a los enteros, y se tendra la suma 38 y $\frac{13}{20}$.

Otro Exemplo.

Sumar . . . . $18\frac{5}{6}$ 64 144 168

$10\frac{3}{4}$ $\frac{2}{6}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{7}{8}$

$8\frac{7}{8}$ 192.

$9\frac{5}{6}$

$7\frac{4}{6}$

Suma. $57\frac{23}{24}$.

18 × 8 = 144

28 × 6 = 186

24 × 8 = 192.

$\frac{184}{192}$. $\frac{96}{48}$ $\frac{92}{96}$ $\frac{23}{24}$.

64.
144.
168
1576 | 192
184 | 1

$\frac{184}{192}$.

Proposicion 14. Problema.

Restar quebrados.

Tres cossas pueden ocurrir, 1º restar un quebrado de otro.

2º. restar entero, y quebrado de enteros
3º. restar entero, y quebrado de entero, y quebrado

Resolucion.

Para lo 1º. se reduciran los quebrados a un comun Denominador, si le tienen diverso, y reste el numerador menor del maior.

1 8 2o / 3 5	18 2o / 24 24.
4 6 / 24.	18 / 2o. / 2.

Residuo $\frac{2}{24}$.

Exemplo

Sean los quebrados q se hacen de restar los expresados $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{6}$ reducidos a un comun Denominador se tendra $\frac{18}{24}$ y $\frac{20}{24}$ q restando 18 de 2o sera la diferencia o residuo $\frac{2}{24}$.
Por esta regla se save qual de dos quebrados es el maior, y en quanto excede el maior al menor

Lo 2º de 8 enteros se han de restar 2 enteros y $\frac{3}{4}$ tomese de 8 la unidad, y reducida a la specie del quebrado sera $\frac{4}{4}$ igual a la unidad y se tendra 7 $\frac{4}{4}$ de quien se ha de restar 2 y $\frac{3}{4}$ restando pues los quebrados se tendra la diferencia $\frac{1}{4}$ luego restando los enteros se tendra 5 y toda la diferencia

8
$\frac{3}{4}$
7 $\frac{4}{4}$
2 $\frac{3}{4}$
Dif

8

$2\frac{3}{4}$

$7\frac{4}{4}$

$2\frac{3}{4}$

Dif.a $\frac{1}{5}$ 4.

sera 5 enteros y $\frac{5}{7}$.

Lo 3.o si de 32. enteros y $\frac{5}{7}$ se han de restar 23 enteros, y $\frac{4}{9}$

$32\frac{5}{7}$ $\frac{45}{63}$ | 45 28 / 5 4 / 7 9 / 63.

$23\frac{4}{9}$ $\frac{28}{63}$.

Residuo 9. : $\frac{17}{63}$.

45
28
17.

Reduzcanse los quebrados a un comun Denominador (por la P.n 8.a) y se tendran $\frac{45}{63}$ y $\frac{28}{63}$ restense los numeradores esto es 28 de 24. y se tendra la diferencia $\frac{17}{63}$, restese aora de los 32. enteros los 22. cuia diferencia es 9. y sera toda la diferencia o residuo 9 enteros y $\frac{17}{63}$.

Si despues de reducidos los quebrados a un comun Denominador se viere q el quebrado de la paga es maior q el de la deuda; en esta caso se ha de sacar la unidad de los enteros de la deuda, y reducida dicha unidad, a la misma especie de quebrado, q los otros, se sumara con el quebrado de la deuda, porq assi se puede restar el quebrado de la paga.

Exemplo.

Sea la deuda 12 enteros y $\frac{2}{5}$ la paga 3

12 .. $\frac{2}{5}$ $\frac{14}{35}$.

3 —— .. $\frac{6}{7}$ $\frac{30}{35}$.

$\frac{2}{5}$ $\frac{6}{7}$

deuda 11. $\frac{49}{35}$. $\frac{14}{35}$. $\frac{30}{35}$

paga .. 3 $\frac{30}{35}$

Difer.ª 8 — $\frac{30}{35}$. $\frac{14}{35}$ 49.

3 enteros y $\frac{6}{7}$

Reducidos los quebrados a un comun Denominador sera el quebrado de la deuda $\frac{14}{35}$ y de la paga $\frac{30}{35}$, y porq este es maior saque se de los 12 enteros de la deuda de la unidad, y hecha quebrado de la misma especie q los otros sera $\frac{35}{35}$ q sumado con $\frac{14}{35}$ se tendra $\frac{49}{35}$ restense aora los quebrados y se tendra la diferencia $\frac{19}{35}$ y restando finalmente los enteros sera toda la diferencia 8 enteros, y $\frac{19}{35}$.

Tambien se podian hacer estas operaciones reduciendo los enteros a la especie de los quebrados (por la P.n 1ª.) y luego restados como se ha dicho en el primer caso, pero esto es mui cansado.

Proposicion 15 Problema

Multiplicar quebrados

Resolucion

Lo 1º. multipliquense los numeradores, y el producto sera el numerador; multipliquense

multiplíquense los Denominadores, y el pr
y el producto será Denominador

Exemplo

Se ha de multiplicar $\frac{2}{3}$ por $\frac{4}{5}$ el producto
de 2 por 4 es 8, y el producto de 3 por 5 es 15
luego el producto que se busca es $\frac{8}{15}$.

Lo 2.º si se
multiplicaren enteros
por quebrados pongase
a los enteros la unidad
por Denominador; esto es, se
pondrán los enteros en for
ma de quebrados, y después se
multiplican como si todo fueran
quebrados

Multiplicar. 12 por $\frac{3}{4}$

$\frac{12}{1}$ $\frac{3}{4}$

Producto... $\frac{36}{4}$.

Exemplo.

Se han de multiplicar 12 enteros por $\frac{3}{4}$ pó
garanse así $\frac{12}{1}$ $\frac{3}{4}$ y el producto de 12 por
3 es 36. el de la unidad por 4 es 4 y será el pro
ducto que se busca $\frac{36}{4}$. que reducidos a enteros son
9. (por la Pro.ⁿ 14)

Lo 3.º si se han de multi-
plicar enteros, y quebrados por enteros, y que
brados, se reducirán los enteros a la especie
de su quebrado, y después se multiplicará como
se ha dicho.

Exemplo.

Se han de multiplicar 14 enteros y $\frac{2}{3}$
por 9. enteros y $\frac{4}{5}$ reducidos los enteros ca
da uno a la especie de su quebrado serán

$$\begin{array}{r|l} 2156 & 15 \\ 15 & 143 \\ 65 & \\ 60 & \\ 56 & \\ 45 & \\ 11 & \end{array} \quad 143\tfrac{11}{15}$$

$$\begin{array}{r} 143 \\ 15 \\ \hline 715 \\ 143 \\ \hline 2156 \end{array}$$

$14\frac{2}{3}$ $9\frac{4}{5}$

$\frac{44}{3}$, $\frac{49}{5}$.

seran 44 y 49. y multiplicando 44 por 49 son 2156. y 3 por 5 dan 15. luego sera el producto $\frac{2156}{15}$ q reducido a enteros son $143.\frac{11}{15}$.

Proposicion 16 Problema

Partir quebrados.

Lo 1.° conviertase el quebrado q se ha de partir primeramente, y despues el partidor

Multiplique en Cruz esto es el numerador del Dividendo, por el Denominador del Divisor, y el producto sera el numerador del Quociente.

Multipliquese el numerador del Divisor por el Denominador del Dividendo, y el producto sera el Denominador del Quociente.

Dividendo $\frac{2}{3}$ Divisor $\frac{5}{6}$

Quociente... $\frac{12}{15}$.

Exemplo.

Se ha de partir $\frac{2}{3}$ por $\frac{5}{6}$ esto es $\frac{2}{3}$ es el Dividendo, y $\frac{5}{6}$ el Divisor; multiplican

do el numerador 2. por el Denominador 6 el producto 12 sera el numerador, y multiplicando el Denominador 3 por el numerador 5 el producto 15 es el Denominador; y el quebrado $\frac{12}{15}$ es el quociente q̃ se busca.

Lo 2.º se han de partir enteros por quebrados, o al contrario; a los enteros se pone la unidad debajo por Denominador, y quedan en figura de quebrados, y luego se obra como se ha dicho, observando siempre escrivir 1.º lo q̃ se ha de partir, y luego el partidor.

Exemplo.

Se han de partir 6 enteros por $\frac{3}{4}$ poniendo debajo de los enteros la unidad, se tendra $\frac{6}{1}$ y	Div.do $6\frac{3}{4}$ … $\frac{6}{1}$ por $\frac{3}{4}$ Divisor. Quo.te $\frac{24}{3}$ Reducidos 8.

$\frac{3}{4}$ y multiplicando 6 por 4 se tendra 24. por numerador, y multiplicando 1 por 3 se tendra 3. por Denominador, y el Quociente sera $\frac{24}{3}$ q̃ reducido se tendra 8 enteros.

Lo 3.º se han de partir enteros, y quebrados por enteros y quebrados, se reducen los enteros a la especie de su quebrado, y luego se hace como se ha dicho.

Exemplo.

Se han de partir 16 enteros, y $\frac{2}{5}$ por 7. enteros, y $\frac{3}{4}$ reducidos los enteros cada uno a la especie de su quebrado son $\frac{82}{5}$ y $\frac{31}{4}$

luego 31 por 5 son 155 que es el Denominador; y el producto de 82 por 4 es 328 que es el numerador, y el Quociente sera $\frac{328}{155}$ que reducido a enteros son $2\frac{18}{155}$

$16\frac{2}{5}$ por $7\frac{3}{4}$

Divi. $\frac{82}{5}$ $\frac{31}{4}$ Divi.

Quoc.te $\frac{328}{155}$

16
5
80
2
82

Red. $2\frac{18}{155}$

7
4
28
3
31

Proposicion 17

Problema.

Examinar la logistica de los Quebrados

El sumar se examina por el restar

Restando un quebrado de la suma, si el residuo fuere igual al otro quebrado estara buena la operacion.

El restar se examina por el sumar; si sumando la resta con el quebrado menor, la suma fuere igual al quebrado maior, la operacion estara buena.

El multiplicar se examina por el partir, y si partiendo el producto por uno de los quebrados, el quociente fuere ygual al otro quebrado, estara bien hecha la operacion.

El partir se examina por el multiplicar, y si multiplicando el quociente por el partidor el producto fuere igual al Dividendo se conclu-ye estar exacta la operacion.

Lo 1º aviendo sumado $\frac{3}{4}$ con $\frac{2}{5}$ se hallo la suma $\frac{23}{20}$ para probar si la operacion esta exacta, segun lo dicho si se resta uno de los quebrados como $\frac{2}{5}$ de la suma $\frac{23}{20}$ vendra al residuo el quebrado $\frac{75}{100}$ q̃ es igual al otro quebrado $\frac{3}{4}$ concluiendo con esto estar bien hecha la operⁿ

Si se huviera hecho la resta con el quebrado $\frac{3}{4}$ huviera salido $\frac{2}{5}$ en el residuo.

Si aviendo sumado enteros, y quebrados se quisiera hacer la prueba se hara como se sigue

Exemplo.

$\frac{6}{1}$ $\frac{1}{2}$ $4\frac{2}{3}$ $11\frac{11}{6}$

$\frac{1\ 3}{2\ 1}$ $\frac{3\ 2}{6\ 2}$ $\frac{7}{6}$ $\frac{62}{110}$ $\frac{26}{12}$ $\frac{6}{12}$ $\frac{2}{12}$

Sumar $\frac{6}{1}$ $\frac{1}{2}$

A $4\frac{2}{3}$ B.

$5\frac{1}{3}$ 3

Suma $16\frac{1}{2}$ $\frac{6}{12}$

Se restan.. $11\ 6\frac{1}{6}$ $\frac{2}{12}$

Residuos $\frac{4}{12}$

Porq̃ en el presente exemplo son 3 las cantidades q̃ se han sumado se separaran dos qualesquiera por la linea A B. y se pondran aparte las dos cantidades, esto es 6 enteros y $\frac{1}{2}$ y $4\frac{2}{3}$ las q̃ sumadas componen $11\frac{1}{6}$ y restando esta cantidad de la suma total q̃ son $16\frac{1}{2}$ viene al

residuo $5\frac{4}{12}$, que es $\frac{1}{3}$ igual a la otra cantidad, luego la operacion esta bien hecha.

Del mismo modo se haria si fuesen 4, 5 o mas cantidades, dexando siempre una por separar, que ha de ser igual a la del resto, que se haga en la prueba (si era exacta la operacion)

Tambien podria hacerse esta prueba reduciendo los enteros, que componen cada suma, a la especie de su quebrado, y asi reduciendo la suma de $16\frac{1}{2}$ a quebrado de esta especie; y reducido tambien la suma de $11\frac{1}{6}$ a la especie de este quebrado, y haciendo la resta como se ha dicho vendra al residuo la misma cantidad de arriba $5\frac{1}{3}$.

Restar. Lo 2º de $\frac{3}{5}$ restando $\frac{2}{7}$ viene al residuo $\frac{11}{35}$ luego segun lo dicho sumando el residuo $\frac{11}{35}$ con el quebrado menor $\frac{2}{7}$ se tiene en la suma el quebrado $\frac{147}{245}$ que es igual al quebrado maior $\frac{3}{5}$.

77 70 77.

$\frac{11}{35}$ $\frac{2}{7}$ 70

147.

245.

Suma . . . $\frac{147}{245}$ —— $\frac{3}{5}$

Si se huvieran de restar enteros de quebrados, y tambien enteros, y, quebrados, de enteros, y quebrados; se quisiera hacer la prueba; se reduciran 1º los enteros a quebrados del mismo modo que se dixo en la Propon 14.

y despues se hara la suma como se ha dicho antecedentemente, y se dira q la operacion esta exacta

Multiplicar.

Lo 3º multiplicando $\frac{3}{8}$ por $\frac{4}{11}$ dio el producto $\frac{12}{88}$ luego partiendo $\frac{12}{88}$ por uno de los quebrados, y sea por $\frac{4}{11}$ dara al Quociente el quebrado $\frac{132}{352}$ q es igual al otro quebrado $\frac{3}{8}$

88 4 352. — $\frac{132}{352.}$	$\frac{12}{88}$ $\frac{4}{11}$	12 11 12 12. 132.
Quociente $\frac{132.}{352.}$ — $\frac{3}{8.}$		

Si la particion se huviera hecho con el quebrado $\frac{3}{8}$ huviera salido el Quociente el quebrado $\frac{4}{11.}$ y se dira q la operacion esta buena. Si multiplicando enteros por quebrados, y tambien enteros, y quebrados, por enteros, y quebrados, se quisiera hacer la prueba, se reduciran 1º los enteros a quebrados, como se previno en la Propon. 15. y despues se hara la particion como se ha dicho.

Lo 4º partiendo $\frac{2}{3}$ por $\frac{6}{7}$ sale al quociente $\frac{14}{18}$ por el divisor $\frac{6}{7}$ sale el producto $\frac{84}{126}$ q es igual al Dividendo esto es

$\frac{14}{18}$ $\frac{6}{7}$

$\frac{84}{126}$

14
6
84.

18
7.
126.

$\frac{2}{3}$ y se dira q̃ la operacion esta bien hecha.
Si partiendo enteros por quebrados, y tambien enteros, y quebrados por enteros, y quebrados, se quisiera hacer la prueba, se reduciran 1º. los enteros, a quebrados, como se ha dicho en la Propⁿ. 16. y despues se hace la multiplicacion como se ha dicho, y se concluye estar bien hecha la operacion.

Scolio 1º.

Causa no poca admiracion a los principiantes el ver q̃ si se multiplican dos quebrados propios, el producto sale menor q̃ qualquiera de ellos; como si se multiplica $\frac{1}{2}$ por $\frac{1}{3}$ el producto es $\frac{1}{6}$, la razon es porq̃ (como consta de la Definicion 13) el producto deve contener tantas veces al multiplicando, como unidades contiene el multiplicador; y como $\frac{1}{3}$ contiene solamente la tercera parte de la unidad, asi tambien el producto $\frac{1}{6}$ debe contener la tercera parte de $\frac{1}{2}$ luego sera menor.

Scolio 2º.

Tambien causa admiracion ver, q̃ partiendo un quebrado por otro, el Quociente es mayor q̃ el Divisor: como si $\frac{1}{2}$ se parte por $\frac{1}{4}$ el Quociente es 2 enteros.
La razon es porq̃ el quociente ha de contener tantas unidades como veces el Divisor se contiene en el Dividendo, y porq̃ se

se contiene dos veces en $\frac{1}{2}$ tambien el Quociente deve contener dos unidades, o dos enteros, y en este exemplo es dos veces $\frac{1}{4}$.

Libro 2.º
Del Algorithmo literal
Capitulo 1.º
De la Addiccion, subtraccion, multiplicacion, y Particion de las cantidades literales.

Ipothesis 1.ª

La Arithmetica Literal sirve en sus operaciones de las letras del Alfabeto, ya sean Maiusculas como A. B. C. D. E &c. o ya minusculas como a b c d e &c.

Scolio.

Fran.co Vieta inventor desta logistica, uso de las Maiusculas; pero Cartesio, y comunmente los modernos se sirven de las Minusculas, y con ellas se expressa qualquier especie de cantidad, ya sea continua y ya discreta, y por eso se llaman las letras numeros indeterminados; de suerte que por ellas se entiende algun numero, linea,

superficie, o solido; pues qualquier nume-
ro 4 se puede espresar por la letra ā ō por
la letra b̄ ō bien por qualquiera otra del
Alfabeto.

Para evitar muchas voces se sirven
los Mathematicos de varios signos, con q
esprean la suma, o agregado, la diferen-
cia, el producto, el Quociente, la igual-
dad, desigualdad, proporcion, semejanza,
potencia, y raiz de la cantidad, q se ex-
plicaran en su propio lugar, los mas co
munes son los siguientes

Ipothesis 2ª.

Este signo + quiere decir mas, es propio de la
addicion, y sirve para expresar el agregado,
o suma de dos cantidades. Exemplo 3+2. mas
2. indicando la suma de entrambos q es 5; a+b
se lee ā mas b̄ y es la suma de a con b

Ipothesis 3ª.

Este signo — quiere decir menos, es propio de la
subtraccion, o resta: y puesto entre dos cantida
des indica q la siguiente esta restada de la
precedente. Exemplo 7 — 4 se lee 7 me-
nos 4. espresando la diferencia de entrambos
esto es q 4 esta restado de 7 a — b quiere de
cir a menos b. esto es q la b esta restada de ā.

Ipothesis 4.

Este signo X quiere decir multiplica-

do, y assi 4X3. se lee 4 multiplicado por 3. y es para indicar el producto 12: a X b quiere decir a multiplicado por b este producto se expresa mejor assi a b juntando las letras; tambien abc quiere decir aXbXc: esto es a multiplicado por b y el producto multiplicado por c.

Ypothesis 5.ª

El signo de la particion se hace poniendo sobre una linea el Dividendo, y debajo el Divisor, y assi para expresar el Quociente de 12 dividido por 4 se pone $\frac{12}{4}$ quiere decir 12 partido por 4 y si assi se divide por b sera el Quociente $\frac{a}{b}$

Ypothesis 6.ª

El signo de igualdad es $=$ quiere decir igual; y assi $4 = 4$: se lee 4 ygual 4: $a = 6$ se lee a igual 6; $a = 3$ lee a igual 3.

Ypothesis 7.ª

El signo $>$ quiere decir maior; y assi el $5 > 3$, se lee 5 maior q 3: $a > 6$, se lee a maior, q 6.

Ypothesis 8.ª

El signo $<$ quiere decir menor, y assi $3 < 5$: se lee 3 menor q 5: $a < 6$ se lee a menor q 6.

Definicion 1.ª

La cantidad es en dos maneras, positiva, y negativa. Cantidad possitiva es aquella a quien precede el signo +, ò ta q̃ no esta afecta con signo alguno como + a, ò + 6; 3, o + 3 llamase tambien cantidad afirmativa, o maior q̃ nada

Definicion 2ª

Cantidad negativa, privativa, o defectiva es aquella, a quien precede el signo — negativo, como — ā, ò bien — 2 &ª. y es menor q̃ nada.

Scolio.

Las cantidades negativas no son verdaderas, sino falsas, pues siendo menores q̃ nada repugna su real existencia: con todo eso por ellas se expressa bien el defecto de las positivas; y assi supuesto q̃ el numero 5. le faltan dos unidades sera bien expresado el defecto de este modo. 5 — 2. y en este sentido se suman, restan, multiplican, o parten, o bien con otros negativos, o bien con los positivos.

Para hacer concepto de estas cantidades falsas: supongase q̃ Pedro no tiene caudal alguno, se dira q̃ su caudal es nada; y sino teniendo cossa alguna deviera 4 reales, se dira

q̃ su caudal es menor q̃ nada. y se exprea —4 y si deviendo 4 adquirio 7. seria su caudal 7—4=3 porq̃ en pagando las deudas le quedan 3.

Corolario 1.º

Si dos cantidades son iguales, y la una es possitiva, y la otra negativa, sera la suma igual ~~0~~ porq̃ tanto es maior q̃ nada la una, quanto menor la otra, y se destruyen enteramente, y assi $a - a = 0$. $3 - 3 = 0$.

Corolario 2.º

Si dos cantidades son desiguales, y una es possitiva, y otra negativa, la menor destruie quanto puede a la maior, y assi $+5 - 2 = +3$ porq̃ $-2 + 2 = 0$ tambien $+7 - 5 = 2$ porq̃ $+5 - 5 = 0$.

Definicion 3.ª

Coeficiente es el numero q̃ precede a la letra, y la multiplica como en la cantidad 3a, el coeficiente es 3. y quiere decir q̃ a esta multiplicada por 3 ô sumada 3 veces, y assi $3a = a + a + a$; tambien $2ab = ab + ab$.

Definicion 4.ª

Exponente es el numero q̃ sigue a la letra antecedente, y sirve para quitar la repe-

ticion de la letra proxima, y assi $ab = aab$. $a^3. b^2 = aaabb$.

Scolio 1.º

Un coeficiente sirve para todas las letras q. siguen: pero el exponente solo se refiere a la letra antecedente; y assi $2a^3. b^4$ el coeficiente es 2. y sirve para todas; quiere decir q. $a^3. b^4$ esta multiplicado por 2 pero el exponente 3 solo sirve a la letra a, como el exponente 4 a la letra b. y si se quisiera expresar sin Coeficiente, ni exponente se escrivira de este modo $aaabbbb + aaabbbb = 2a^3. b^4$

Scolio 2.º

Quando no hay coeficiente, o exponente, se entiende q. tiene la unidad; y assi a es lo mismo $1a^1$. $ab = 1a^1. b^1$

Definicion 9.ª

Caracteres semejantes son los q. tienen unas mismas letras, aunq. los signos, y coeficientes, sean distintos como $3a^2$ a^2. $5ab - ab^2 2a$.

Quando las letras, y exponentes no son unos mismos, los caracteres son diferentes, o desemejantes. como a, a^2b ab^2

Scolio 3.º

No es del caso q. las letras esten de qualquier modo ordenadas, siendo lo mismo abc. q. bca, pero combiene disponerlas por el mismo orden del

Alfabeto, afin de reconocer promptamente si los caracteres son semejantes.

Definicion 6.ª

Cantidad complexa es la q.e se compone de dos o mas cantidades unidas, o ligadas con algun signo intermedio + o — como a+b; a+b. —c Cd.a Incomplexa es la q.e no esta ligada, o unida a otra como ab ++ ab. de suerte q.e el complexo se compone de dos o mas incomplexos; quando se compone de dos se llama Binomio, si de tres Trinomio; y quando son muchos generalmente se dice Polinomio.

Scolio 4.º

El primer termino de qualquier complexo de ordinario es positivo, y asi se ommite el signo +.

Corolario 3.º

Si dos cantidades son positivas, o negativas, se aumentan en su propia Clase esto es 5+2= 7: tambien —5—2.=—7.

Scolio 5.º

En la cantidad literal se han de considerar cuidadosamente quatro cosas, q.e son el signo, coeficiente, letra, y exponente.

Scolio 6.º

Quando los Mathematicos se sirven de las letras para determinar la cantidad continua, o bien para demostrar algunas opera—

ciones geometricas, con una letra sola, como a, b, c &c.a indica una linea, o magnitud del primer genero; dos letras unidas, o bien multiplicada una por otra indican una superficie, o magnitud del segundo genero, q.e tiene longitud, y latitud ab, bc cd. &c. con tres letras juntas como abc, o biende f &c.a indican un solido ó cuerpo, o magnitud del tercero genero, q.e tiene tres dimensiones, longitud, latitud, y profundidad. Para indicar una magnitud de quatro dimensiones se sirven de quatro letras juntas unidas como abcd.

Tambien se sirvenen sus operaciones de las primeras letras del Alfabeto como a, b, c, d, e. &a para indicar las cantidades conocidas, y de las ultimas como x, y z, y f &a para indicar las cantidades, para buscar las cantidades incognitas, o q.e se buscan.

Proposicion 1.a Problema.

Reducir un complexo de caracteres semejantes a la meñor expresion

Resolucion.

Lo 1.o si los terminos ō incomplexos semejantes tienen un mismo signo se suman los coeficientes, y a la suma se pone su propio signo ya sea + ō — Exemplo se ha de reducir $2a^2 + 3b^3c^4 + 5a^2$ — b^3c^4 sumando pues los coeficientes de los semejantes se tendra la

duccion $7a^2 + 2b^3 c^4$

Lo 2º si los caracteres semejantes tienen diversos signos, se restan los coeficientes, y a la diferencia se pone el signo del maior Exemplo aviendo de reducir el complexo 5c + g — 6g. de + 5c. restese 5c. y se tendra 2c. de 6g. restese g. y porq el maior es negativo se tendra — 5g. luego sera el complexo reducido 2c. 5g.

Lo 3º si los caracteres son iguales, y semejantes, pero de signos contrarios, se destruien enteramente, y se reducen a nada, y assi el complexo 4a + b — 4a sera reducido b. porq 4a — 4a = 0, y solo queda b.

Proposicion 1ª Teorema

En la addicion las cantidades se quedan con sus propios signos; esto es las positivas se quedan positivas, y las negativas se quedan negativas.

Sicion . . . . 9. . . . . 9.
Se suma . . . . 7 ——— 4 = 3.
16 ——— 4 = 12. =
9 + 7 ——— 4 = 12.

Demostracion.

7 — 4. es lo mismo q 3 y si se añade a 9 sera la suma 12. pero si a 9 se añaden 7 se tendra 16. siendo menester quitar 4 para tener la suma 12. luego el positivo 7 se queda posi-

tivo, y el negativo 4 se queda negativo.

Proposicion 3.ª Problema.

Sumar qualesquiera cantidades, o eten a fectas con un mismo signo, o con diversos.

Resolucion.

Lo 1.º ponganse las cantidades sucesivamente en una linea, y se tendra de todos un complexo.

Lo 2.º los caracteres semejantes se reducen a menor expresion por la Prop.n 1.ª de este libro.

Exemplo.

Sumar. $3a + 4b - 5c + d + g - h$.
Con..... $2a - b - 3c - 5d - g - f$.
Suma $3a + 4b - 5c + d + g - h + 2a - b - 3c - 5d$
Suma reducida.. $5a + 3b - 2c - 4d - h - f$.

Porque. $3a + 2a = 5a$.
$4b - b = 3b$.
$5c - 3c = 2c$.
$d - 5d = 4d$
$g - g = 0$
h
f.

Y añadiendo los caracteres diferentes ~~h f~~ h − f sera $5a + 3b + 2c - 4d - h - f$.

Proposicion 4.ª Theorema.

En la substraccion los caracteres q se re-

tan mudan los signos en sus contrarios:
esto es los possitivos se hacen negativos,
y los negativos possitivos.

Si de .... 9 .. = 9.
se resta ... 7 — 4 = 3.
Sea la difer.ª ... 2 — ~~7+4 = 5~~. 2 + 4 = 6

Demostracion.

7 — 4 es lo mismo q 3: y si se resta de 9 era
la diferencia 2 y es menester añadir 4 para
tener la diferencia 6; luego el possitivo se
hace negativo, y el negativo 4 possitivo.

Corolario

De aqui se sigue q si las cantidades q se han
de restar, mudan los signos en sus contra
rios, la diferencia se ~~hara~~ hallara sumando.

Proposicion 5.ª Problema.

Restar qualesquiera cantidades o estan afec
tas con un mismo signo, o con diversos.

Resolucion.

Lo 1.º escrivanse todas las cantidades en una
linea, cambiando los signos a las q se han
de restar.

Lo 2.º hagase la reducion de los ca
racteres semejantes, si los huviere, y se
tendra la diferencia.

Exemplo.

de. . . $5a+3b-8c-4d+g-h-f$.
rest.. . $2a-b-3c-5d-f$.
$5a+3b-8c-4d+g-h-f-2a+b+3c+5d+f$.
Escritas succesivamente, y mudando los signos a el restador será.
$5a+3b-8c-4d+g-h-f-2a+b+3c+5d+f$.
Y hecha la reducción (prop.n 1.a de este libro) se ra la diferencia reducida $3a+4b-5c+d$. $+g-h$. Consta de la prop. 8.n antecedente.

Proposicion 6a. Theorema.

En la multiplicacion, y particion los signos semejantes, dan mas, y los contrarios dan menos, esto es + multiplicado, o partido por + da mas — multiplicado, o partido por — de + + por — o por + da —

Demostracion.

Lo 1.o es evidente q + multiplicado, o partido por +, da el producto, o quociente +
Lo 2 digo q + multiplicado por — da el producto — porq si $7-2=5$, se multiplica por 3. el producto sera 15. pero si todo el 7 se multiplica por 3. el producto 21 es mayor de lo justo; luego se deven quitar 6 unidades, q es el producto de 2 por 3.

y se tendra 21 — 6 = 15; luego el menos multiplicado por mas, da el producto negativo — 6.

7 — 2 = 5
3 . . . . 3.
21 — 6 = 15.

Corolario

Si + 3 multiplicado por — 2 da el producto — 6. luego — 6 partido por + 3. da el Quociente — 2.

6 — 2 = 4.
5 — 3 = 2.

8
30 — 10
— 18 + 6.

30 — 10 — 18 + 6 = 8.

Lo 3º digo q̃ — multiplicado por — da + porq̃ siendo 6 — 2 multiplicado por 5 — 3 el producto deve ser 8; pero 6 — 2 si se multiplica por 5 el producto es 30 — 10 o bien 20. y tambien el producto de 6 por 3 es — 18. y se tiene + 30 — 10 — 18 = 2. luego para tener 8 es necesario añadir + 6 q̃ es el producto de — 2 por — 3: luego — por — da +.

Corolario.

Si — 2 multiplicado por — 3 da el producto + 6, luego partiendo + 6 por — 3 dara el Quociente + 2.

Proposicion 7.ª Problema.

Multiplicar qualesquiera cantidades, o vien afectas con un mismo signo, o con diversos.

Resolucion.

Lo 1.º si los caracteres tienen un mismo signo se pondra en el producto + si los tienen contrarios se pondra − (consta de la Prop.ⁿ 6.ª)

Lo 2.º multipliquense los Coeficientes.

Lo 3.º juntense todas las letras con sus exponentes, y si huviere algunas semejantes, basta poner una vez la letra, y sumar los exponentes.

todo se halla practicado en los exemplos siguientes.

Exemplo 1.º

Multiplicar......... $a + b$.
por.................... $a + b$.

$a^2 + ab$.
$+ ab + b2$.

producto.......... $a^2 + 2ab^2 + b^2$.

Multiplicando pues el incomplexo a del multiplicador, por cada uno de los incomplexos del multiplicando se dira $a \times a$ es a^2 y se pondra devajo de a, y porq los caracteres tienen un mismo signo se pondra mas y $a \times b$ es ab.

multipliquese aora el incomplexo b del multiplicador por cada uno de los incomplexos del multiplicando diciendo $+b \times a$ es $+ab$ y se pondra debajo de ab, y $b \times b$ es $+b^2$; y finalmente sumando los productos parciales con los coeficientes que tiene cada cantidad se tendra el producto $a^2 + 2ab + b^2$.

2°.

Multiplicar.	$a^2 + 2ab + b^2$
por.	$a + b$
	$a^3 + 2a^2b + ab^2$
	$a^2b + 2ab^2 + b^3$
Producto.	$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$a^2 + 2ab + b^2$
$a + b$
$a^3 + 2a^2b + ab^2$
$a^2b + 2ab^2 + b^3$
suma ó producto $a^3 + 3a^2b + 3a^2b + b^3$

Del mismo modo se multiplicara cada incomplexo del multiplicador por cada uno de los incomplexos del multiplicando, y porque en el presente exemplo hay exponentes, en las letras semejantes se sumaran los exponentes, como se ha dicho, diciendo $a \times a^2$ es a^3 (por aver sumado el exponente de a^1 con el de a^2) y a por $+2ab$ sera $+2a^2b$. y $a \times b^2$ es $+ab^2$. y multiplicando el incomplexo $+b \times a^2$ sera a^2b, y $b \times 2ab$ sera $2ab^2$, y b, y $b \times b^2$ sera b^3. y sumando los productos parciales como se ha dicho, atendiendo a lo que se ha dicho sobre poner las letras semejantes una vez con el exponente que expresa la letra, como se ve en el presente

Exemplo, y asi se tienen el producto $a^3 + 3a^2b + 3a^2b + b^3$

3°

Multiplicar

$$\begin{array}{l} a+b \\ a+b \\ \hline a^2+ab \\ \quad +ab+b^2 \\ \hline a^2+2ab+b^2 \end{array}$$

Del mismo modo se multiplicaran los dos complexos $a+b$, y $a-b$, advirtiendo de poner en los signos contrarios menos, y asi sumando los productos parciales, se tendra el producto reducido a^2-b^2 porq $+ab$ y $-ab$ se destruien enteramente (consta de la definicion 2ª en el Corolario)

4°

Multiplicar .... x^2+2x+4.
por .... $x+3$.

$$\begin{array}{l} x^3+2x^2+4x \\ \quad +3x^2+6x+12 \\ \hline \end{array}$$

Producto... $x^3+5x^2+10x+12$.

5°

Multiplicar ..... $3x^2+2x^3-6$.

por. . . . . $3x - 2$.

$9x^3 + 6x^4 - 18x$.
$- 6x^2 - 4x^3 + 12$.

Puesta todas las cantidades en una linea { $9x^3 + 6x^4 - 18x - 6x^2 - 4x^3 + 12$.

Producto reducido $5x^3 + 6x^4 - 18x - 6x^2 + 12$.

Hecha la multiplicacion como se ha dicho, y atendiendo à q menos por menos da mas, se pondran todas las cantidades q han sido producidas de la multiplicacion de cada incomplexo del multiplicador, por todos los incomplexos del multiplicando en una linea, y reduciendolos caracteres semejantes a la menor expresion se tendra el producto reducido $5x^3 + 6x^4 - 18x - 6x^2 + 12$.

Proposicion 8.ª Problema.

Partir qualesquiera cantidades o oten afectas con un mismo signo, o con diversos.

Resolucion.

Lo 1.º si los signos son semejantes, se pondra en el Quociente + y si son contrarios se pondra —

Lo 2.º partase el Quociente del Dividendo por el Coeficiente del Divisor.

Lo 3º quitense del Dividendo todas las letras del Divisor, o bien de los exponentes del Dividendo, restense los exponentes del Divisor, y escrivanse cada letra con la diferencia de los exponentes, y si esta diferencia fuere cero se borra la letra, los exemplos siguientes manifiestan lo sobre dicho.

Exemplos.

Dividendo... 6ab | 2a Divisor
6ab. | 3b Quociente
Residuo... 000.

2º.

Dividendo...... ab | a Divisor
ab | b Quociente.
Residuo....... 00.

3º.

Dividendo.... $8ab^2$ | 2ab Divisor
$8ab^2$ | 4b Quociente.
Residuo.... 000.

4º.

Dividendo.. $-10a^3b^2$ | $2a^2$ Divisor
$-10a^3b^2$ | $5ab^2$ Quocte
Residuo.... 0 0 0.

~~Residuo~~

5º.

Dividendo... $12a^2$ | $3a^2$ Divisor
$12a^2$ | 4 Quociente.
Residuo..... 000.

6.º

Dividendo . . . . a | a Divisor
a | 1.
Residuo . . . . 0.

7.º

Dividendo . . . . 2ab | 2ab Divisor
2ab | 1

8.º

Dividendo . . . . $8ab^2$ | $2ab^2$ Divisor
$8ab^2$ | 4.

Scolio 1.º

Si en la particion de los coeficientes el Quociente no fuere numero entero, o tambien si algun exponente del Divisor no se puede restar del exponente de la letra semejante del Dividendo; o si huviere alguna letra en el Divisor, q̃ no se encuentra en el dividendo, en qualquiera de estos casos se expresa el Quociente por una fraccion, poniendo sobre una linea el dividendo, y devajo el divisor, como se ve en los exemplos siguientes

Exemplos.

Dividendo . . . . a | ab Divisor
$\frac{a}{ab}$ Quociente.

2.º

Dividendo . . . . $4a^2b$. | $6ab^2$ Divisor
$\frac{4a^2b}{6ab^2}$ . . . Quociente

3°

Dividendo . . . $-2a^2$ | $3a$ Divisor

$3a$ . . . Quociente.

Scolio 2°

Quando el partidor es un complexo de 2 o mas terminos, y todas las letras del divisor se hallan en el dividendo, y el exponente de cada letra del divisor se puede restar del exponente de la letra semejante del dividendo, se hara la particion como en la Arithmetica Vulgar, observando las reglas dadas de los signos, coeficientes, letras, y exponentes.

Exemplo 1°

Dividendo . . . $a^2 + 2ab + b^2$ | $a + b$ divisor

Producto 1° . . . . . $a^2 + ab$ $a + b$ Quociente

Residuo 1° . . . . . . $0 + ab + b^2$

Producto 2° . . . $+ ab + b^2$

Residuo 2° 00   0.

Aviendo de partir las cantidades dichas en el exemplo 1°. se hara lo siguiente.

Lo 1° porq el divisor se compone dos incomplexos, se partiran los dos incomplexos q componen el complexo $a^2 + 2ab$. del dividendo, por el complexo $a + b$ del divisor, viendose todas las letras del Divisor se hallan en el Dividendo.

Lo 2°. visto q se hallan todas las letras del divisor en el dividendo, se vera si el exponen-

te de cada letra del Divisor, se puede restar del exponente de la letra semejante del dividendo expresado. $a^2 + 2ab$; lo q̃ hallado se hara la particion como antecedentemente se ha hecho en los incomplexos, atendiendo a los signos coeficientes, letras, y exponentes, restando los exponentes de las letras semejantes del Divisor, de los exponentes, de las letras semejantes del dividendo, y se pondra el residuo en el Quociente, como se ha dicho.

Lo 3º. luego se multiplicara el Quociente q̃ se ha hallado por todo el divisor, y el producto se pondra debaxo del dividendo, y se restara dicho producto del dividendo, y lo q̃ sobra se junta con el incomplexo q̃ sigue en el Dividendo, q̃ se baxara, se partira por el divisor, observando lo mismo q̃ se ha dicho antecedentemente, y hallado el Quociente, se multiplicara por el divisor, q̃ siendo el Quociente numero entero saldra el producto igual al dividendo, y la particion estara bien hecha.

Del mismo modo se iran continuando las operaciones, si el partidor se compusiera de maior numero de incomplexos. Partase, pues, $a^2 + 2ab$ x $a + b$. y biene al Quociente a q̃ multiplicado por el divisor $a + b$, sale el producto $a^2 + ab$ y restando este producto del dividendo $a^2 + 2ab$ queda por el residuo

1º ab

Baxese $+b^2$ poniendo este termino al lado de ab. y partiendo $ab+b^2$ x $a+b$ sale al Quociente $+b$ q multiplicado por el Divisor $a+b$ sale el producto $ab+b^2$ ygual al dividendo, luego la particion esta bien hecha.

Nota.

Si sucediese q un complexo de 3, 4, o mas terminos partiendolo por otro de 2, 3, o mas terminos, y supongo, tuviese el divisor 2 terminos en el 1º o 2º Quociente &a. si viese q los dos terminos del dividendo primeros q se han de partir por el divisor, huviese uno, q no se pudiera partir, como se ve en el exemplo siguiente, se dexara el q no se pueda partir, para la particion siguiente, y se passara a ver si el termino q sigue en el Dividendo, junto con el primero pueden partirse por el Divisor; y hallado pueden partirse, se continuara la particion, como se ha dicho. y despues el termino q se dexo junto con el q sigue en el dividendo se vera si se pueden partir por el divisor, lo q visto el poderse partir se seguira la operacion regular del partir, y si acaso no pudiesen partirse, se harase a la una fraccion del dividendo, y del Divisor, como se ha dicho.

Exemplo.

Divi.^{do} .. $12a^3$ ... $18ac^3 + 8a^2m - 12c^3m$. | $3a + 2m$.

Producto 1.° $12a^3$ ...... $8a^2m$. · $4a^2$. $6c^3$.

Residuo 1.° .000 000.

$- 18ac^3$ ———— $12c^3m$.

Producto 2.° ... $18ac^3$ ———— $12c^3m$

Residuo 2.° ... 0000 0000.

Y asi partiendo $12a^3 - 18ac^3 X 3a + 2m$. se ve q. todas las letras del divisor no se hallan en el dividendo, y q. solamente hay un termino q. es $12a^3$ q. puede partir a $3a$. luego se dexara el termino $- 18ac^3$ para la 2.ª particion, y viendo el termino siguiente q. es $+ 8a^2m$ q. puede partir el termino $2m$. del divisor, se hara la particion con los 2 terminos, esto es $12a^3 + 8a^2m$. q. partido por $3a + 2m$. viene al quociente $4a^2$ q. multiplicado por el Divisor $3a + 2m$, da el producto $12a^3 + 8a^2m$. q. se pondra debajo del Dividendo, cada termino en la parte q. corresponde, y sale igual al Dividendo, y baxando el termino q. dexo para la 2.ª particion, y tambien baxando el q. sigue q. no se ha partido, se tendra $- 18ac^3 - 12c^3m$ q. partido por el divisor $3a - 2m$. viene al quociente $- 6c^3$ q. multiplicado por el divisor sale el producto igual al dividendo, y la particion esta bien hecha.

Del mismo modo se harla si el Divisor se compusiera de maior numero de terminos.

Exemplo.

Divi.do $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ | $a - b$ Divisor

Producto 1.o $a^3 - a^2b$. $a^2 - 2ab + b^2$ Quoc.te

Residuo 1.o ..o $- 2a^2b + 3ab^2$

Producto 2.o $- 2a^2b + 2ab^2$

Residuo 2.o ....ooo $+ ab^2 - b^3$

Producto 3.o ..... $+ ab^2 - b^3$

Residuo 3.o ......

Aviendo de partir $a^3 - 3a^2b$ por $a - b$ viene al Quociente a^2 q multiplicado por el Divisor $a - b$ dara el producto 1.o $a^3 - a^2b$ q restado del Div.do $a^3 - 3a^2b$, queda para el residuo 1.o $- 2a^2b$: y baxado $+ 3ab^2$ se partira $- 2a^2b + 3ab^2$ por el Divisor, y sale el Quoc.te $- 2ab$ q multiplicado por el Divisor sale el producto 2.o $- 2a^2b + 2ab^2$ q restado del Div.do $- 2a^2b + 3ab^2$ queda por el residuo 2.o $+ ab^2$ y baxando $- b^3$ se partira $+ ab^2 - b^3$ por el Divisor y sale al Quoc.te $+ b^2$ q multiplicado por el Divisor da el producto $+ ab^2 - b^3$ igual al Div.do luego la particion esta bien hecha.

Exemplo.

Divid.^{do} ... $a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4$ | $a^2 - 2ab + b^2$ Divi.^{or}

Producto 1.º $a^4 - 2a^3b + a^2b^2$ | $a^2 - 2ab + b^2$ Quoc.^{te}

Residuo 1.º $- 0 - 2a^3b + 5a^2b^2 - 4ab^3$

Prod. 2.º $- 2a^3b + 4a^2b^2 - 2ab^3$

Resid.º 2.º ... $000 + a^2b^2 - 2ab^3 + b^4$

Prod. 3. ...... $a^2b^2 - 2ab^3 + b^4$

Resid.º 3.º ...... 00 ... 000 ... 00

Porq̃ en el presente exemplo son tres los terminos del Divisor, se partiran los 3 de el Divid.^{do} esto es $a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2$ por el Divisor, y observando lo mismo q̃ hasta aquí se tiene dicho, viene al Quociente $a^2 - 2ab + b^2$, y no ha sobrado cosa alguna.

Este mismo Quoc.^{te} se indica por la fig.ª de una fraccion; poniendo sobre una linea el Divid.^{do} y devajo el Divisor, y es lo q̃ frequentemente se practica en la algebra, para evitar la molestia de tan penosa operacion; esto es

$$\frac{\text{Divid.}^{do} \ldots a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 - b^4}{\text{Divisor} \ldots\ldots a^2 - 2ab + b^2}$$

Examinar las 4.º reglas de la Arithmetica literal.

El sumar se prueba por el restar

Exemplos.

De . . a + b	Sumar . . . a
Restar . b.	Con . . . . b.
Sera . . . . a + b − b.	Suma . . . a + b.

Reducido sera . . . . a.

Aviendo sumado a con b, se tiene la suma a + b: luego restando esta de uno de los incomplexos como b; sale al residuo el otro incomplexo a, como se ve en la resta; luego la operacion esta bien hecha

Exemplo 2°.

Sumar . . . ab

E 3cd. F
− mn.
− 2cd.
4mn.

Suma . . . ab + 3cd − mn − 2cd. + 4mn.
Suma reducida . . . . . ab + cd + 3mn.

Cantidades separadas.

3cd
− mn
− 2cd
4mn.

Suma
Suma . . 3cd − mn − 2cd + 4mn.
Suma reducida . . . . cd + 3mn.

De . . . ab + cd + 3mn.
Restar . . cd + 3mn.
Sera ab + cd + 3mn. − cd − 3mn
Diferencia reducida . . . . . ab.

Aviendo sumado las cantidades arriba expre
sadas se tiene en la suma reducida $ab + cd$
$+ 3mn$; para hacer la prueba se hará lo
siguiente.

Operacion.

Separese una qualquiera de las 5 cantida
des, q̃ tiene el exemplo, por medio de la letra
E F, y las otras 4 pónganse aparte, cuya su
ma (reducida si fuere menester) restada de
la total reducida, será la diferencia igual
a la cantidad separada por medio de la letra
E F; y así aviendo sumado las 4 cantidades
q̃ son $3cd - mn - 2cd + 4mn$, se tiene la
suma reducida $cd + 3mn$, q̃ restada de la
total suma reducida, q̃ es $ab + cd + 3mn$.
queda por la difª reducida ab, q̃ es la canti
dad separada por la línea E F, concluiendo
con esto estar bien hecha la operacion.

Sumar. . . . . $6m^5 + 4c^3$

Con. . . . . . $2m^5 - 4c^3$

Suma. . . $6m^5 + 4c^3 + 2m^5 - 2c^3$

Suma reducida . . . . $8m^5 + 2c^3$

Restando . . . . $6m^5 + 4c^3$

Será . . . . $8m^5 + 2c^3 - 6m^5 - 4c^3$

Diferª reducida . . . . $2m^5 - 2c^3$

Teniendo en el presente exemplo la suma total redu
cida, y haciendo la resta con una de las dos

cantidades (como se hizo en el exemplo 1º) sale la diferencia reducida $2m^5 - 2c^3$ q es igual a la otra cantidad; luego la operacion esta bien hecha.

El restar se prueba por el sumar, si la resta se suma con el subtrahendo, esta suma sera igual a la otra cantidad, q es el minuendo.

Exemplos.

Si de... a minuendo	Sumar.... $a - b$.
Se resta... b subtrahendo	Con...... b.
Difer.ª.... $a - b$	sera.. $a - b + b$.
	y reducida sera.... a.

Luego sumando la diferencia $a - b$ con b sera la suma reducida a, q es igual a la otra cantidad, esto es al minuendo; luego la operacion esta bien hecha.

Otro exemplo.

De...... $8b^3 - 5c^2 + 3d$.
Restar..... $7b^3 + 2c^2 - 4n$.

Sera... $8b^3 - 5c^2 + 3d - 7b^3 - 2c^2 + 4n$.
Difer.ª reducida... $b^3 - 7c^2 + 3d + 4n$.
Se suma con la difer.ª reducida..... $7b^3 + 2c^2 - 4n$.

Sera.. $b^3 - 7c^2 + 3d + 4n + 7b^3 + 2c^2 - 4n$.
Suma reducida sera... $8b^3 - 5c^2 + 3d$.
Del mismo modo se operara q en el primer exemplo, y assi sale la suma reducida $8b^3 - 5c^2 + 3d$ q es el minuendo

Corolario.

Corolario.

Si la diferencia de dos cantidades se resta del minuendo saldra en el residuo el subtrahendo, y assi sea... m... minuendo
n... subtrahendo
Difer.ª.... m — n.
sera la difer.ª.. m — m + n Difer.ª.. m + n.
y reducida sera .... + n.
El multiplicar se examina por el partir; si el producto se parte, por el multiplicador saldra al Quoc.te el multiplicado, o bien si el producto se parte por el multiplicado saldra al Quoc.te el multiplicador.

Exemplos.

Multip.do ... 6acd... Prod... 24acdbm | 4bm — 6acd
Multiplicar... 4bm — 24acdbm
Producto.... 24acdbm 0000000.

Otro.

Multip.do ..... $7a^3c^5$ Prod.° — $21a^5c^6$ | $7a^3c^5$
Multiplicar. . . $3a^2c$ — $21a^5c^6$ — $3a^2c$ +
Prod.° ...... $21a^5c^6$ 0000

Multiplicando: 6acd por 4bm sale el producto 24acdbm; luego partido este por el multiplicar 4bm dara al Quo.te el multiplicado 6acd. luego la operacion esta bi[en]

en hecha.

Otro

Multiplicando... $4a^3 + 5mn^3$
Multiplicador... $6c^2n - 3a^2$

$24a^3c^2n + 30c^2mn^4$
$12a^5 - 15a^2mn^3$

Prodº... $24a^3c^2n + 30c^2mn^4 - 12a^5 - 15a^2mn^3$.
Prodº... $24a^3c^2n + 30c^2mn^4 - 12a^5 - 15a^2mn^3$. | $6c^2n -$
$24a^3c^2n \ldots 12a^5$. | $4a^3 +$

$+30c^2mn^4 - 15a^2mn^3$.
$+30c^2mn^4 - 15a^2mn^3$.

00000. 00000.

El partir se examina por el multiplicar, multiplicando el Quo.te por el divisor, el producto ha de ser igual al Dividendo; y asi partiendo... 3ac. | c Divisor
3ac... 3a Quo.te
~~Dividendo~~... 000 ... $16b^2c$,
$4b$ ~~Divisor~~ Divisor.

$4bc$ Quo.te
Dividendo... $16b^2c$
$16b^2c$.

0000

Y asi aviendo partido 3ac por c salio al Quo.te 3a q multiplicado por el Divisor c da el producto 3ac, igual al Divid.do concluiendo estar bien hecha la operacion.

Del mismo modo se hara en el exemplo

siguiente

Divid^{do} ... $6a^2.n^3. + 8m^3.n^3. - 9a^2m - 12m^4.$ | $3a^2 + 4m^3.$
$6a^2n^3. + 8m^3.n^3$ | $2n^3. - 3m.$

$9a^2m - 12m^4.$
$9a^2m - 12m^4$

000 000.

Capitulo 2°

de los quebrados literales.

Proposicion 1ª Problema.

Reducir los quebrados literales a la menor expresion.

Operacion.

Quando en los incomplexos del numerador, y denominador se halla comun medida se abreviara el quebrado partiendo assi el numerador, como el denominador por la maior comun medida, y se tendra el quebrado reducido.

Esta comun maior medida se halla facilmente reconociendo en todos los terminos de la fraccion, qual es la maior magnitud q̃ se halla en cada uno igualmente, y partiendo por la medida comun tanto el numerador como el denominador se tendra el quebrado reducido.

Exemplos.

Se ha de reducir el queb.^{do} .... $\frac{2a^3b^2c}{3a^3bd}$

$2a^3b^2c$ | $a^3b.$ | $a^3b.$
$2a^3b^2c.$ | $2bc.$
0000.

Sera el queb.^{do} reducido $\frac{2bc.}{3d.}$

$3a^3bd$ | a^3b
$3a^3bd$ | $3d.$
0000.

La maior comun medida q. se halla assi en el numerador, como en el Denominador es ab, por lo qual Divid.^{do} el numerador sera 2bc, y dividiendo el Denominador se tendra 3d, y el quebrado reducido sera ~~tendra~~ $\frac{2bc}{3d}$ igual al quebrado dado.

Otro.

Sea de reducir el queb.^{do} .... $\frac{a^6b^3cd^2}{a^4b^2cd.}$

La maior comun medida q. se halla assi en el Denominador es a^4b^2d. luego par.. $a^6b^3cd^2$ | a^4b^2d
$a^6b^3cd^2$ | $a^2bcd.$

Y tambien .... a^4b^2cd | $a^4b^2d.$
a^4b^2cd | $c.$
0000.

Sea el queb.^{do} reducido ... $\frac{a^2bcd}{c} = \frac{a^6b^3cd^2}{a^4b^2cd.}$

Proposicion 2.ª Problema.

Reducir los quebrados literales a un comun Denom.^{or}

Operacion.

Lo 1.º multipliquense entre si los Denominadores, y se tendra el comun Denom.or

Lo 2.º multipliquese el numerador del uno, por todos los Denominadores de los otros, y se tendra el nuevo numerador, y haciendo lo mismo en los demas estara hecha la reducion.

Exemplo 1.º

Se han de reducir a un comun Denom.or $\frac{a}{b}$ $\frac{c}{d}$

$$\frac{ad\quad bc}{\frac{a}{b}\quad\frac{c}{d}}$$

$$b\quad d$$

El producto de los Denominadores es bd, y multiplicado en cruz a por d sera el nuevo numerador ad, y multiplicado c por b sera el otro num.or bc, y seran los queb.os reducidos $\frac{ad}{bd}$, y $\frac{bc}{bd}$.

Exemplo 2.º

$$2a^5b^3 \quad 5c^3b^4 \quad bdc^2a^3$$

Sean los Queb.os .... $\frac{2a^2}{bc}$. $\frac{5c^2}{a^3}$ $\frac{dc}{b^3}$

$$b^4ca^3$$

El producto de los denominadores es b^4ca^3 q.e es el comun Denom.r y para hallar el num.r del 1.º se multiplicara el num.r $2a^2$ por a^3 y el producto b^3 y se tendra $2a^5b^3$ por num.r del 1.º para el 2.º se multiplicara $5c^2$ por bc, y el producto por b^3

$5c^3b^4$ por numr. del 2º. Para el 3º. multipliquese dc por bc y el producto por a^3 y se tendra $bd^2c.a^3$ por numr. del 3º. y los queb^dos^ reducidos seran:

$$\frac{2a^5b^3}{b^4ca^3},\ \frac{5b^4c^3}{b^4ca^3}\ \frac{bdc^2a^3}{b^4ca^3}$$

Proposicion 3ª. Problema.

Sumar Quebrados literales.

Operacion.

Reduzcanse a un comun Denominador si le tubieren diversos, y se sumaran los nuevos numeradores.

Exemplo

Se ha de sumar.... $\frac{a}{b}$ con $\frac{c}{d}$.

$$\frac{ad\quad bc}{bd.}$$

Seeea la suma.... $\frac{ad+bc}{bd.}$

Aviendo de sumar $\frac{a}{b}$ con $\frac{c}{d}$ se reduciran a un comun Denominador por la Prop 2ª. y se tendran $\frac{ad}{bd}$ y $\frac{bc}{bd}$ sumense aora los numres. y pongase devajo el comun Denominador, y se tendra por la suma $\frac{ad+bc}{bd.}$

Proposicion 4ª. Problema.

Restar quebrados literales

Reduzcanse a un comun Denomr. (Prop 2ª); despues restense los numeradores, y se tendra la diferencia.

Exemplo.

Difer.ª ... $\frac{ad - bc}{bd}$.

$$\frac{\text{De} \ldots \frac{a}{b} \text{ restar } \frac{c}{d}.}{bd.}$$

ad bc

Reducidos a un comun Denom.^r seran $\frac{ad}{bd}$ y $\frac{bc}{bd}$ luego restando los numeradores se tendra la diferencia ad — bc. siendo el quebrado q̃ se busca $\frac{ad - bc}{bd}$.

Proposicion 5.ª Problema.

Multiplicar quebrados literales

Multipliquense los numeradores entre si, y se tendra el nuevo num.^r; multipliquense tambien los Denominadores entre si, y se tendra el nuevo Denom.^r

Exemplo 1.º

Multiplicar ... $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$. Producto ... $\frac{ac}{bd}$.

Aviendo de multiplicar $\frac{a}{b}$ por $\frac{c}{d}$ el producto del num.^r a por el num.^r c es ac, y el producto del Denominador b por el Denom.^r d es bd. luego sera $\frac{ac}{bd}$ el producto q̃ se busca.

Exemplo 2.º

Multiplicar ...... $\frac{ab + ac}{bc + de}$ $\frac{m}{n}$

Producto .... $\frac{abm + acm}{bcn + den}$

Aviendo de multiplicar el complexo $\frac{ab + ac}{bc + de}$ por el incomplexo $\frac{m}{n}$ se multiplicara el numr.
ab + ac por el numr. m. y sera el producto abm + acm el nuevo numr. y multiplicando el Denomr. bc + de por Denomr. n. se tendra el nuevo Denomr. bcn. + den: luego el producto de los quebrados sera $\frac{abm + acm.}{bcn + den.}$

Si algun quebrado se multiplica por entero se le pone a este debajo la unidad por Denomr, y queda tambien en forma de quebrado, y luego se multiplicara como se ha dicho.

Exemplo.

Multiplicar... $\frac{a}{b} \times b$ sera.... $\frac{a}{b}$ $\frac{b}{1}$
Producto........ $\frac{ab}{b}$ y reducdo. sera.... a.

Se ha de... $a \times b$ poniendo la unidad debajo del entero b se tendra $\frac{a}{b}$ y $\frac{b}{1}$ luego multiplicando el numr. a por el numr. b se tendra ab, por el nuevo numr. y multiplicando el Denomr. b por la unidad se tendra b por Denomr. y el producto sera $\frac{ab}{b}$ q reducido es lo mismo q a

Corolario.

De aqui se sigue q para multiplicar un quebrado por un entero igual al Denomr. basta borrar el Denomr. y se tendra el producto.

Proposicion 6.a Problema

Partir quebrados literales.

Lo 1º multipliquese en cruz el ~~Denom~~ numerador del Di-
~~nominador~~ videndo por el Denominador del Divi-
sor, y se tendra el num.r del Quociente.
Lo 2º multipliquese el num.r del Divisor,
por el Denom.r del Divid.do y el producto se
ra el Denom.r

Exemplo 1º

Partir.... $\frac{ab + ac}{bc + de}$ por $\frac{m}{n}$ Quot.e.. $\frac{abn + acn}{bcm + dem}$.

Multiplicando en cruz esto es $ab + ac$ por n
sera el producto $abn + acn$. y multiplican
do tambien $bc - de$ por m sera el producto
$bcm + dem$. y ~~el Quote $abn - acn$. el quebrado q se busca $abn - acn$~~ y el Quot.e
$\frac{abn - acn}{bcm - dem}$. El quebrado q se busca.
Partiendo un quebrado por un entero se
le pondra a este debajo la unidad por
Denom.r y luego se hara como se ha dicho

Exemplo 2º

Partir $\frac{a}{b}$ por a reducido a quebrado el entero sera.. $\frac{a}{1}$
$\frac{a}{b}$ por $\frac{a}{1}$ Quot.e $\frac{a}{ab}$ y reducido a menor expresion sera $\frac{1}{b}$
Partido $\frac{a}{ab}$ por a se pondra como queda di-
cho la unidad debajo del entero a por De
nom.r y se tendra $\frac{a}{b}$ y $\frac{a}{1}$ y multiplicando en
cruz como en el exemplo antecedente se
tendra el Quote $\frac{a}{ab}$ q reducido a menor ex
presion (Prop.n 1a) es lo mismo q $\frac{1}{b}$.

Corolario.

De aquí se sigue q̃ partiendo un quebrado por un entero igual al numr. basta borrar el numr. y poner en su lugar la unidad.

Scholio.

En los quebrados literales tambien los caracteres semejantes se reducen a menor expresion, y las cantidades iguales, y de signos contrarios se destruien enteramente &c.ª como se dixo en el Capitulo 1º. y quando en el examen q̃ se hara de las 4 reglas de la Arithmetica literal sobre quebrados se citare reducir los quebrados a menor expresion por la Propn. 1ª deste Capitulo, y se hallase huviese caracteres semejantes, y de signos contrarios se atendera a lo q̃ en este Scolio se dice.

Examinar las 4º reglas de la Arithmetica literal sobre los quebrados

La prueba del sumar o el restar.

Si teniendo la suma de dos quebrados se resta se uno destos de la suma, y fuere igual al residuo al otro quebrado la operacion estara bien hecha

Exemplos.

Sumando $\frac{c}{d}$ con $\frac{m}{n}$ sera la suma $\frac{cn+dm}{dn}$.

cn dm

cn^2+dmn dmn.

De $\frac{cn+dm}{dn}$ restese $\frac{m}{n}$

dn^2

Sera la difer.ª .. $\frac{cn^2+dmn-dmn}{dn^2}$

Y reducido sera .... $\frac{c}{d}$.

Aviendo sumado $\frac{c}{d}$ con $\frac{m}{n}$ se tiene la suma en $\frac{+dm}{dn}$ luego restando el quebrado $\frac{m}{n}$ de la dicha suma se tendra $\frac{cn^2+dmn-dmn}{dn^2}$. y reduciendo el quebrado a los minimos terminos por la Prop.ⁿ 1.ª se tendra reducido $\frac{c}{d}$ q̃ es el otro quebrado; concluiendo con esto estar exacta la operacion

Si las fracciones fuessen 3 de la suma dellas se restaria la suma de 2 qualesquiera, y el residuo siendo igual a la otra fraccion, la operacion estara bien hecha, como se ve practicado en el exemplo siguiente.

Otro.

adn   bcn   bdm

Sumando .. : $\frac{a}{b}$ $\frac{c}{d}$ $\frac{m}{n}$.

bdn.

Suma ... $\frac{adn+bcn+bdm}{bdn}$.

Cantidades separadas.

Cn dm

$\frac{c}{d}$

$\frac{c}{d}$ $\frac{m}{n}$ Suma ... $\frac{cn + dm}{dn}$

dn

De ... $\frac{adn - bcn - bdm}{bdn}$ restar ... $\frac{cn - dm}{dn}$

bd^2n^2

difer.ª ... $\frac{ad^2n^2 - bcdn^2 - bd^2mn - bdcn^2 - bd^2mn}{bd^2n^2}$

y reducido será ..... $\frac{a}{b}$.

El restar se examina por el sumar. Si sumando el residuo con el subtrahendo la suma fuere igual al minuendo estará bien hecha.

Exemplos

em fh.

De .... $\frac{e}{f}$ restar $\frac{h}{m}$ Diferª.. $\frac{em - fh}{fm}$.

fm.

$em^2 - fhm$ fmh.

La diferª. em − fh con $\frac{h}{m}$ subtrahendo.

fm^2.

Será la suma ... $\frac{em^2 - fhm + fmh}{fm^2}$

Y reducido a menor expresión es ... e que es el minuendo, sea el minuendo $\frac{e}{f}$ y el subtrahendo $\frac{h}{m}$ será la diferª em − fh; luego sumando esta diferª con el subtrahendo $\frac{h}{m}$ fm. se tendrá la suma $\frac{em^2 - fhm + fmh}{fm^2}$

y se reducido a menor exprecion es $\frac{e}{f}$ q es el minuendo: luego la operacion esta bien hecha.

El multiplicar se examina por el partir. si partiendo el producto por el multiplicador el Quo.te fuere igual al multiplicando: o bien partiendo el producto por el multiplicando el Quo.te fuere igual al multiplicador; la operacion estara bien hecha.

Exemplo.

Multiplicado... $\frac{cd + mh}{me \quad fg}$ por $\frac{c}{n}$

Producto... $\frac{c^2d + cmh}{men - fgn}$ partase por $\frac{c}{n}$.

Sera el Quo.te... $\frac{c^2dn + cmhn}{cmen - cfgn}$.

Y reducido a menor exprecion sera $\frac{cd + mh}{me - fg}$.

Aviendo multiplicado ... $\frac{cd - mh}{me - fg}$.

Por $\frac{c}{n}$ salio el producto $\frac{c^2d - cmh}{men \quad fgn}$: luego partiendo este por el multiplicador $\frac{c}{n}$ viene al Quo.te $\frac{c^2dn + cmhn}{cmen - cfgn}$ y reducido a menor exprecion. sera $\frac{cd + mh}{me - fg}$ q es el multiplicando concluiendo con esto estar exacta la operacion.

El partir se examina por el multiplicar, si multiplicando el Quo.te por el Divisor, el

producto fuere igual al Dividendo la operacion estara exacta

Part.do $\frac{cb - e}{ad - fg}$ por $\frac{a}{b}$ sera el Quo.te $\frac{cb^2 - be}{a^2d - afg}$

y multip.do el Quo.te $\frac{cb^2 - be}{a^2d - afg}$ por $\frac{a}{b}$ Divisor

Sera el producto.. $\frac{acb^2 - abe}{a^2bd + abfg}$

Que reducido sera $\frac{cb - e}{ad + fg}$ igual al Dividendo

Aviendo partido. $\frac{cb - e}{ad + fg}$ por $\frac{a}{b}$

Salio al Quo.te $\frac{cb^2 - be}{a^2d + afg}$: luego multiplicando

Este por el Divisor $\frac{a}{b}$ da el producto $\frac{acb^2 - abe}{a^2bd + abfg}$

Y reducido, a menor exprecion (Prop.n 4.a) sera $\frac{cb - e}{ad + fg}$ q es igual al Dividendo y se concluie estar exacta la operacion.

Proposicion 7.a Problema.

Hallar las partes de un quebrado

Multipliquese el quebrado literal por el quebrado numerico q expresan las partes q se piden, y el producto sera el valor de las partes q se buscan.

Exemplo.

$\frac{a^2 + 3b}{2c^3 - d^2}$ por $\frac{3}{4}$ producto $\frac{3a^2 - 9b}{8c^3 - 4d^2}$

Pidense los $\frac{3}{4}$ del quebrado $\frac{a^2 + 3b}{2c^3 - d^2}$, multiplique se la fraccion literal por $\frac{3}{4}$ y se tendra $3a^2 + 9b$. por el valor delos $\frac{3}{4}$ que se buscan.

Saviendo hallar las partes que se piden de una fraccion literal se facil el sumar, restar, y multiplicar, y partir la parte de un quebrado por otra parte del mismo quebrado, o de otro distinto.

LIBRO 3°

de la razon, y proporcion en comun.

En este libro que es el 5.° de Euclides se trata de la razon, y proporcion en comun cuia doctrina interviene en toda especie de cantidad, ya sea discreta, o ya continua, esto es sirve para los numeros, lineas superficies, y solidos, siendo llave universal para entrar en el conocimiento de quantas partes componen el todo Mathematico. Sus proposiciones guardan el orden de Euclides para que puedan citarse quando convenga, las menos principales se ommiten, y solo se da

ran las de maior utilidad explicadas por letras, y numeros para facilitar su intelligencia.

Definiciones.

1ª. Multiplice es un todo respecto de su parte Aliquota. Exemplo 6 es multiplice de 2 porq $2\times3=6$ tambien bm es multiplice de b porq $b\times m=bm$

Submultiplice es la parte aliquota respecto de su todo. Exemplo 2 es sub-multiplice de 6 b es sub-multiplice de bm.

Definicion 2ª.

Equi-multiplices, son los todos q incluien igual numero de veces a sus partes aliquotas. Exemplo 12, y 15 son equimultiplices de 4, y 5 porq 12 incluie tantas veces a el 4 como 15 a el 5. tambien am, y bm son equimultiplices de a y b.

Definicion 3ª.

Razon es la relacion, respecto, o havitud q tiene una cantidad a otra de su misma especie: de suerte q se produce de la comparacion de dos cantidades homogeneas, como entre 2 numeros 2, lineas 2 superficies &. estas cantidades 2 se llaman terminos de la razon, y el q se compara se llama antecedente, y aquel a quien se compara se llama consequente. Exemplo si se compara 4 a 3, sera 4 el antecedente, y 3 el consequente. Si la cantidad A se compara a B. sera A el antecente, y B el consequente.

Scolio.

La comparacion se puede hacer en quanto el antecedente excede al conseqᵗᵉ o q el conseqᵗᵉ excede al Antecedente, y en este caso la razon se llama Arithmetica.

Exemplo si se compara 6 a 2 en quanto le excede en 4 se expresa bien por la subtraccion, restando el conseqᵗᵉ del Antecᵗᵉ de este modo 6 — 2 o ~~tambien~~ ó tambien 6 2. la razon Arithmetica entre a y b se expresa a — b.

Si se hace la comparacion en quanto el antecedente contiene, o esta contenido en el conseqᵗᵉ se llama Razon Geometrica, y de esta se trata por aora.

Exemplo.

Si se compara 6 a 2 en quanto le contiene 3 veces, se expresa bien partiendo el antecᵗᵉ por el conseqᵗᵉ de este modo $\frac{6}{2}$ quiere decir 6 partido por 2 o tambien 6 … 2 la razon Geometrica de a a b se expresa $\frac{a}{b}$, o tambien a … b.

Definicion 4ª

Dividese la razon en Racional, e Yrracional. Racional es la q se puede expresar por terminos racionales como la de 4 a 3.

Yrracional la q no se puede expresar por numeros.

Definicion 5ª

Exponente de la razon es el Quo.te q̃ resulta dividiendo el antec.te por el conseq.te Exemplo si en la razon de 6...2 se divide 6 por 2 el Quo.te 3 es el exponente q̃ declara el numero de veces q̃ el 6 contiene al 2 y se escrive $\frac{6}{2}$ en la razon de 2...6 es el Quo.te y el exponente q̃ declara, q̃ el 2 contiene la 3.a parte del 6, o se contiene 3 veces en el 6 y se llama tambien Dinominador de la razon.

Corolario 1.o

Siendo el antec.te Dividendo, el conseq.te Divisor, y el exponente Quo.te sera el producto del exponente por el conseq.te igual al antec.te porq̃ el producto del Quo.te por el Divisor es igual al Dividendo. Exemplo en la razon de 6...3 el exponente es 2 luego $2 \times 3 = 6$ en la razon de a...b el exponente es $\frac{a}{b}$ luego $\frac{a}{b} \times b = a$. Tambien suponiendo q̃ el exponente q̃ el exponente es m. sera $bm = a$.

Corolario 2.o

El valor de la razon se expresa por el exponente.

Definicion 6.a

Razon de igualdad se dice quando el antec.te es igual al conseq.te como la razon de 4...4 quando los terminos son desiguales se llama razon de desigualdad; si el antec.te es maior q̃ el conseq.te se dice razon de maior desigualdad.

como la razon de 4...3 y quando el antecᵗᵉ es menor q el conseqᵗᵉ se llama razon de menor desigualdad como la de 3...4.

Scholio.

La razon tiene 11 especies, una de igualdad, 5 de maior desigualdad, y 5 de menor desigualdad. Las de maior desigualdad son super particular, super parciente, multiplice, multiplice— superparticular, y multiplice — superparciente

Las de menor desigualdad tienen los mismos nombres anteponiendo la particula sub, cuia explicacion, solo sirve de confusion a los principiantes.

Definicion 7ª

Razones iguales semejantes o unas mismas son las q tienen los exponentes iguales; y si los exponentes son iguales, las razones ~~exponentes~~ seran iguales

Exemplo: la razon de 8...4 es igual a la de 6...3 porq el exponente de una, y otra es 2; tambien la razon de a..b sera igual a la de c..d si los exponentes fueren iguales como m.

Definicion 8ª

Razones desiguales, desemejantes, o diversas son las q̃ tienen los exponentes desiguales.

Exemplo: la razon de 12..4 es desigual a la de 6...3 porq̃ el exponente de la 1ª es 3 y el de la 2ª es 2.

Corolario 1º

Entre dos magnitudes desiguales la razon q̃ la maior tiene a la menor, es distinta de la q̃ tiene la menor a la maior: Exemplo la razon de 4...3. no es la misma q̃ la de 3...4 porq̃ es exponente de la 1ª es $\frac{4}{3}$ y el de la 2ª es $\frac{3}{4}$.

Corolario 2º

De las razones desiguales la q̃ tiene maior exponente es la maior, y asi la razon de 12..4 es maior q̃ la de 12..6 porq̃ el exponente de la 1ª es 3. y el de la 2ª es 2.

Scholio.

Quando se comparan 2 razones desiguales, se pone intermedio el signo > o > para expresar q̃ la razon de 12..4 es maior q̃ la de 12...6 y se escrive 12...4>12...6

Definicion 9ª

Proporcion, o Analogia es la comparacion de dos razones iguales. Exemplo: si la ra

zon de 8..4 se compara con la de 6..3 haran proporcion q̃ se figura asi 8..4::6..3 y se lee 8 es a 4 como 6 a 3.

Si la razon de a..b es igual a la razon de c..d se formara la proporcion a..b:::c..d y se lee a es a b como c a d

Las 4 magnitudes abcd como tambien 8,4, 6,3, se dicen terminos proporcionales.

Definicion 10.

Dividese la proporcion en continua, y Descontinua. Proporcion continua es quando el consequente de la 1ª razon sirve de antecedente para la 2ª, como 8...4...4...2; ò tambien a...b::b..c. La no continua es quando el consequente de la 1ª razon no es igual al antecedente de la 2ª como 8..4::6..3. En proporcion continua 8..4..4..2. el termino 4 se llama medio Geometrico proporcional entre 8 y 2.

Definicion 11

Si de dos o mas razones se multiplican los antecedentes, y conseqtes se formaria una razon compta de todas las razones simples.

Exemplo: si de las razones a..b, c..d, e..f. se multiplican los antes se pondra el producto ace, y multiplicando los conseqtes se tendra bdf, y se dira q̃ la razon ace

bdf. es compuesta de las tres razones dichas.
Tambien si de las razones 8..5..3..7 el producto de los antecedentes es 24. y el de los consequentes 35 se dira que la razon de 24 35 es compuesta de las razones de 8..5 y de 3..7

Definicion 12.

Razon duplicada es la compuesta de dos razones iguales; triplicada la de 3, y quadriplicada la de 4. Exemplo: si de las dos razones iguales 3..2.. 3..2 se hace la compuesta 9..4. se dira duplicada; esto es 9..4 tiene duplicada la razon de 3..2.
Tambien si hay 3 cantidades continuas proporcionarias ÷ 8..4..2. la razon de 8..2 es duplicada de la razon de 8..4 o bien de la de 4..2; y assi mismo la razon de 8..2. es la misma que la del quadrado 8 al quadrado de 4. esto es si son continuos proporcionales ÷ 8..4..2 sera 8..2..64..16.
Si de las 3 razones iguales 3..2..3..2..3..2 se hace la compuesta 27..8 se dira que es triplicada de la de 3..2.

Tambien si hay 4 cantidades continuas proporcionales ÷ 16..8..4..2. la razon de 16..2 es triplicada de la 16..8 o de la de 8..4, o bien de 4..2. porque se compone de las tres razones iguales de 16..8. de 8..4 y de 4..2.

Assi mismo si son continuos proporcionales ÷ 16..8..4..2 la razon de la 1a a la ultima es la misma, que la del cubico de la 1a al cubico de la 2a esto es siendo ÷ 16..8..4..2 sera 16..2..4096..512.

Razon subduplicada es la q interviene dos veces para componer la duplicada, como la razon de 3..2 es subduplicada de la de 9..4, y subtriplicada de 27..8.

Scholio.

Notese q no es lo mismo razon dupla, y razon duplicada, porq la dupla es quando el antecte contiene dos veces al conseqte y la duplicada es la compuesta de dos razones iguales.

Definicion 13.

Terminos homologos, o semejantes en la proporcion son los antecedentes con los antectes y los consequentes con los conseqtes Exemplo: En la proporcion a..b..c..d los antectes a, y c son homologos como tambien los consequentes b, y d: o bien 8..4..6..3. y el 8, y el 6 son homologos como tambien el 4 y el 3.

Scholio.

Los terminos assi dispuestos forman la proporcion directa, esto es a..b..:c..d y suelen variarse de distintas maneras, q llaman modos de arguir, y los principales son, Alternando Inbirtiendo, Componiendo, Dividiendo, por razon de igualdad perturbada.

Definicion 14.

Proporcion alterna, o perturbada es quando el antecedente se compara al antecte como el consiguiente al conseqte

Exemplo siendo directamente proporcionales.
Proporcionales. . . . . a . . b . . . c . . . d
Se dira alternando . . . . a . . c . . . b . . . d
Y siendo tambien. . . . . 8 . . . 4 . . 6 . . . 3
Alternando seran. . . . . 8 . . . 6 . . 4 . . . 3

Definicion 15.

Proporcion Inversa es quando el conseqte se compara a su antecte como el otro conseqte a su antecte.
Exemplo siendo directamente proporles . . . a . . . b . . c . . d.
Inviertiendo se dira. . . . . b . . . a . . d . . c
tambien siendo propor. . . . . 8 . . . 4 . . 6 . . 3
Inviertiendo se dira. . . . . 4 . . . 8 . . 3 . . 6

Definicion 16.

Proporcion compuesta, o componiendo se dice quando se compara la suma del antecte y conseqte al mismo conseqte en ambas razones: como si son proporcionales directamente. . . . . a . . b . . c . . d.
Se dira componiendo. . . . . . a + b . . b . . c + d . . d
tambien en numeros si son directate proporles. . . . . 8 . . 4 . . 6 . . 3.
Sera componiendo. . . . . . 8 + 4 . . 4 . . 6 + 3 . . 3.
Esto es. . . . . 12 . . 4 . . 9 . . 3.

Definicion 17.

Proporcion dividida, o dividiendo se dice quando se compara la diferencia entre el antecte, y el conseqte al mismo conseqte en ambas razones, como si son directamente proporcionales.

Propor . . . . a..b..c..d.
se dira dividiendo. . . . . . a—b..b::c—d..d.
tambien en numeros si son directametamente proporles se dira dividiendo . . . 12..3..8..8 . . 12—3..3..8—2..2.
esto es. . . . . 9..3..6..2.

Scholio.

Quando el antecte. se compara a la diferencia entre el antecte. y consegte se llama la proporcion conversa; como si son directamente proporcionales. . . . . a..b::c..d
se dira convirtiendo. . . . . a..a—b::c..c—d.
y si en los numeros son directamte proporles. . . . . . . 12::4::6..2.
sera convirtiendo. . . . . 12..12—4::6..6—2
esto es. . . . . 12...8::6..4

Definicion 18.

Si algunas cantidades como. . . . . a, b, c.
son proporles a otras tantas como. . . . d, e, f.
Ordenadamente de suerte q la 1a a la 2a en una parte, tengan la misma razon, q la 1a a la 2a en otra, y tambien la 2a a la 3a en la 1a parte sea como la 2a a la 3a en la otra: sera por razon de igualdad ordenada la 1a a la 3a en la otra esto es si. . . . . a..b d..e.
y tambien. . . . . b..c.e..f.
se dira por razon de igualdad ordenada q tambien es . . . . a..c..d..f.

Tambien en numeros si algunas cantidades como . . . . 24, 12, 9.
Son proporcionales a otras tantas como . 8, 4, 3,
En proporcion ordenada de suerte q sean 24..12 8..4
y tambien . . . . 12,..9. 4..3.

Se dira por razon de
igualdad ordenada
son proporcionales } . . . . 24 ... 9 .. 8 ... 3.

Lo mismo se entiende si las cantidades fueran 6, 8, 10, 12 &ª guardando el orden sobredicho.

Definicion 19.

Si algunas cantidades como . . . . . a, b, c.
son propor^les a otras tantas como . . . d., e, f,
En proposicion perturbada de suerte q la 1ª a la 2ª en una parte tenga la misma razon q la 2ª a la 3ª en la otra; y asi mismo si la 2ª a la 3ª en la 1ª parte fuere como la 1ª a la 2ª en otra, se dira q por razon de igualdad perturbada son propor^les la 1ª a la 3ª en una parte, como la 1ª a la 3ª en otra, y asi siendo . . . . a . . b . . e . f.
y tambien . . . . b . . c . . d . . e
Sera por razon de igual-
dad perturbada } . . . a . . c . . d . . f.

Tambien en numeros si algunas cantidades como . . . . 8, 4, 3.
Son desordenadam^te propor-
cionales a otras tantas como } . . . 16, 12, 6.

de suerte q. . . . . .8 . . 4 . . 12 . . 6
y tambien . . . . .4 . . 3 . . 16 . . 12.
Sera por razon de igual- } . . 8 . . . 3 . . 16 . . . 6.
dad perturbada,
Lo mismo se entiende si los terminos fue-
sen 8, 10, 12 &. guardando el orden sobredicho.
Estos, y otros modos de arguir se demos-
traran en adelante, y sera facil su intelli-
gencia, como tambien todas la proposi-
ciones deste libro, si se comprenden los de-
mas sigui.tes

Lemma 1°.

Si quatro cantidades son proporcionales, el producto de los extremos es igual al de los me-dios, y si el producto de los extremos fuere igual al de los medios, las cantidades son proporcionales.

Explicacion.

Supuesto q. son propor.les a, b, c. d, digo q. el producto de los extremos ad es igual al producto bc de los medios.

Demostracion.

Por suponerse las razones iguales tendran (por la Difi.a 7a) un mismo exponente, y sea m: luego (por el Cor.° 1° Difi. 5a) el exponente multiplicando por el conseq.te sera igual al antec.te y asi en la 1.a razon sera

$a = bm$, y multiplicado todo por d (Axioma 5.º) sera $ad = bdm$.
Por lo mismo sera . . . . $c = dm$.
y multiplicado por b sera . . . . . $bc = bdm$.
Siendo pues . . . . $ad = bdm$.
tambien . . . . $bc = bdm$.
Por el Axioma 1.º sera . . . . $ad = bc$.
Lo 2.º supuesto q el producto de los extremos ad es igual al de los medios bc: digo q son proporles $a..b..d$. Sea m el exponente de la 1.ª razon: luego (cor.º 1.º de la Def. 5.ª) sera $a = bm$ y multiplicado todo por d Axioma 5.º
sera . . . . $ad = bdm$.
Sea n el exponente de la 2.ª razon luego sera . . $c = dn$.
y multiplicado todo por b sera . . . . . . $bc = bdn$
Siendo pues . . . . $ad = bdm$.
y tambien . . . . $bc = bdn$.
y siendo por lo supuesto . . . . $ad = bc$.
Sera por el Axioma 1.º . . . . $bdm = bdn$.
y partiendo todo por bd sera . . . . . . $m = n$.
esto es; seran los exponentes iguales: luego Def. 7.ª
seran proporles . . . . $a..b...c...d$.

Por numeros.

Siendo . . . . 8...4...6...3.
Sera el producto de los extremos . . 24 = 24.
Producto de los medios . . . . . .
tambien porq . . . . 24 = 24.
sera . . . . 8...4...6...3.

Scholio.

Esta proposicion aplicada a los numeros es la 19 del lib.º 7.º de E.l. y aplicada a la linea es la proposicion 16. del lib.º 6.º del mismo

Corolario 1.º

De aqui se sigue q.e el producto, el Multiplicando el Multiplicador, y la unidad son 4 cantidades proporc.s porq.e el producto de los extremos es igual al de los medios.

tambien lo son el Dividendo, el Divisor, el Quociente, y la Unidad

tambien son Proporc.s el antecedente, el consequente, el exponente, y la unidad

Asimismo lo son el numerador, el Denominador, la fraccion, y la unidad.

Corolario 2.º

tambien se infiere, q.e dos quebrados seran iguales si el numerador al Denominador en el uno tiene la misma razon, q.e el numerador al Denominador en el otro; esto es si 2..
:..4..3..6 sera $\frac{2}{4}$ $\frac{3}{6}$

Corolario 3.º

tambien se infiere q.e si a tres numeros dados se busca un quarto proporcional se ha de multiplicar el 3.º por el 2.º y el producto se ha de partir por el 1.º Exemplo. Si a los 3 numeros. 8,4,y 6 se pide un quarto proporciona

do, se multiplicara 6 por 4 y se tendra 24 q̃ partido por 8, dara al Quot.^e 3, y seran proporc.^{les} como se sigue . . . . 8 . . 4 . . 6 . . 3.

Demostracion.

Sean . . . . a = 8
b = 4
c = 6
d = 3

Siendo . . . . a . . b . . c . . d
sera por el Lemma . . . . ad = bc.
Y partido todo por a sera . . . . $d = \frac{bc}{a}$

Quiere decir esta expresion q̃ si el 3º c se multiplica por el 2º b y el producto bc, se parte por el 1º a; se tendra el valor del quarto d; y este es el fundamento de la regla de 3 simple.

Corolario 4º.

Si quatro cantidades proporc.^{les} se multiplican por otras 4 proporc.^{les} los productos seran tambien proporc.^{les} Sean proporc.^{les} . . . a . . b . . c . . . d . multiplicados por las proporc.^{les} . . e . . f . . . g . . h . se tendran los productos proporc.^{les} . . . a . . e . . bf . . cg . . . dh . Para esto se ha de mostrar q̃ los productos de los extremos aedh = bf, cg, productos de los medios, lo q̃ es evidente porq̃ siendo: . . . . . . a . . b . . c . . d
sera por el Lemma . . . . a . . d = b . . c
Y supuesto tambien q̃ . . . . e . . f . . . g . . h .
sera . . . . e . . h = f . . g

y multiplicando iguales por iguales; esto es a, d, por e, h, y b, c, por f, g, se tendra por el Axioma 5º.. a, d, e, h ═ b, c, f, g; luego por el Lemma... a, e.. f, g.. c, g... d, h.

En numeros.

Sea............... 8..4..6..3

y tambien.......... 5..7..10..14.

se tendran los productos proporles 40..28.60, 42.

42. porq el producto de los extremos es igual al de los medios } .. 1680 ═ 1680

Lemma 2º

Si de 4. cantidades la 1ª a la 2ª tiene maior razon q la 3ª a la 4ª, el producto de los extremos, sera maior q el de los medios, y si el producto de los extremos es maior q el de los medios, la 1ª a la 2ª tendra maior razon q la 3ª a la 4ª

Explicacion.

Sea la razon de........ a..b.>.c..d.

digo q el producto de los extremos.. a>d..>.b..c

producto de los medios.

Demostracion.

Sea el exponente de..... $\frac{a}{b}$ ═ m

luego (Cor.º 1 Def. 5ª)...... a ═ bm

y multiplicado por d sera.... ad ═ bdm.

sea el exponente de........ $\frac{c}{d}$ ═ n.

luego.................. c ═ dn.

y multiplicado por b sera . . . . . . $bc = bdn$
y siendo por lo supuesto. . . . . $ab > c..d.$
sera (cor.º 1 Def. 8.) el
exponente de la 1.ª razon
maior q el de la 2.ª, esto es . . . . $m > n.$
luego . . . . $bdm > bdn.$
pero . . . . $bdm = ad.$
y . . . . $bdn = bc.$
luego . . . . $ad > bc.$
Lo 2.º sea . . . . $ad > bc.$
digo q la razon de . . . . $a..b > c...d.$

Demostracion.

Sea m el exponente de la 1.ª razon
sera. . . . . $a = bm.$
multiplicado por d sera. . . . $ad = bdm.$
Sea n el exponente de la 2.ª razon. . . $c = dn.$
y multiplicado todo por b sera . . . $bc = bdn$
y siendo por lo supuesto. . . . . . $ad > bc$
luego sera. . . . . $bdm > bdn.$
y partiendo por bd sera. . . . . . . $m > n.$
luego la razon de. . . . . $a...b > c..d.$

Por numeros.

Sea la razon de. . . . . $3..2 > 4..6.$
sera el producto de los extremos. . 18 > 8 producto
de los medios.

Scholio.

Por este Lemma se demuestran todos los modos
de arguir por las razones desiguales.
Las 6 primeras Proposiciones se ommiten co-
munmente por su poca utilidad.

Proposicion 7.ª Theorema.

Las cantidades iguales tienen la misma razon a otra 3.ª y la 3.ª tiene la misma razon a las cantidades iguales.

Explicacion.

Sean X, y Z dos cantidades iguales q. se comparan a otra tercera T. digo lo 1.º q. X:T:Z:T.

Demostracion.

Siendo por lo supuesto X = Z si se multiplica todo por T sera TX = TZ esto es el producto de los extremos igual al de los medios: Luego (Lemma 1.º) X:T:Z:T. o bien 4..2..4..2. porq. el producto de los extremos 8 = 8. producto de los medios.

Lo 2.º digo q. . . . . . . T:X:T:Z.

Porq. el producto de los extremos T.Z = TX. producto de los medios.

esto es. . . . . 2..4..2..4.

porq. el producto de los extremos..8 = 8. producto de los medios.

Proposicion 8.ª Theorema.

De dos cantidades desiguales como X, Z, la maior X. tiene maior razon a la 3.ª T. y la 3.ª T tiene maior razon a la menor Z. q. a la maior X; esto es la razon de XT > ZT y tambien T:Z > TX.

Demostracion.

X Z

$$\frac{X}{6} \times \frac{Z}{4}$$
$$\frac{T}{2}$$

Por lo supuesto X. > Z. luego multiplicando todo por T sera T.X. > T.Z y por el Lemma 2º la razon de X..T. sera maior q la de Z..T. esto es 6..2 > 4..2. porq el producto de los extremos 12 > 8 producto de los medios.
Por lo mismo la razon T..Z es maior q la de T..X. esto es la razon de 2..4 > 2..6 porq el producto de los extremos 12 > 8 producto de los medios.
Por lo mismo la razon T..Z es maior q la de T..X. esto es la razon de 2..4 > 2..6 porq el producto de los extremos 12 > 8 producto de los medios.

Proposicion 9ª Theorema.

Si dos magnitudes X..Z tienen la misma razon a otra 3ª T. seran iguales; y si la 3ª T. tiene la misma razon a X q a Z estas seran iguales

Demostracion.

X Z
4 4.
T
2.

Por lo supuesto son proporles. } .. X.T. Z..T
luego por el Lemma 1º.. TX = TX.

y partiendo todo por T sera... X = Z.

En numeros.

Si . . . . 4..2..4..2.
luego el producto de los extremos..8 = 8
producto de los medios, y partiendo todo por 2 sera..4 = 4.

Proposicion 10 Theorema.

De dos magnitudines X; Z, la q a otra 3ª T tiene maior razon es la maior; y al contrario aquella a quien la 3ª T tiene menor razon sera la maior.

Esplicacion.

X T
Sea la razon de . . . X..T > Z..T
digo q. . . . . X > Z.
y si la razon de . . . . T..Z > T..X.
digo q. . . . . X > Z.

Demostracion.

Por lo supuesto la razon de X..T > Z..T: luego por el lemma 2º. el producto de los extremos T X. > T Z producto de los medios, y dividiendo todo por T sera X > Z.
Lo 2º se demuestra del mismo modo; porq siendo por lo supuesto T..Z > T..X. sera por el Lemma 2º. TX. > ZT.

Por numeros.

Si la razon de 6..2 > 4..2 sera el producto de los extremos 12 > 8 producto de los medios. y dividiendo todo por 2 sera 6 > 4.

Proposicion 11 Theorema.

Las razones q̃ son iguales a otra 3ª son iguales en
si.
Es evidente porq̃ . . . . a..b..e..f.
y tambien . . . . c..d..e..f.
sera . . . . a..b..c..d
Por numeros si . . . . 12..6..8..4.
y tambien . . . . 48..8..8..4.
sera . . . . 12..6..48..9.
En donde se q̃ todos los exponentes son igua-
les; luego (Def. 7ª) tambien las razones.

Proposicion 12 Theorema.

Dadas las magnitudes proporcionales v
qualquier numero, la razon q̃ un antecte
tiene a un consegte esa misma tendran to-
dos los antectes juntos a todos los consegtes

Explicacion.

Sean proporles . . . . a..b..c..d.
digo q̃ tambien son proporles . . . a..b::a+c..b+d.

Demostracion.

El producto de los extremos es . . . ab+ad
y de los medios es . . . . ab+bc.
y siendo por lo supuesto . . . . . . a..b..c..d.
sera por el Lemma 1ª . . . . ad=bc.
y añadiendo entrambas partes ab se tendra . . .
. . . . ab+ad=bc+ad.
esto es sera por el Lemma 1º . . . . a..b..a+c..b+d.

En numeros.

Si son proporles . . . . 8..4..6..3.
luego . . . . 8..4::8+6..4+3.

Y esto es . . . . 8 . . 4 . . . 14 . . . 7.
porq el producto de los extremos . . . 56 = 56.
producto de los medios.

Proposicion 13. Theorema

Si de dos razones iguales, la 2.ª es maior q otra 3.ª tambien la 1.ª razon sera maior q la 3.ª

Es claro porq si el exponente de la 2.ª razon es maior q el de la 3.ª tambien el exponente de la 1.ª sera maior q el de la 3.ª

esto es sea . . . . 8 . . 4 . . 10 . . 5.
pero la razon de . . . . 10 . . 5 > 6 . . 4.
digo q la razon de . . . . 8 . . 4 > 6 . . 4

Porq siendo $\frac{8}{4}$ sera el exponente 2 = 2 y el exponente de $\frac{2}{5} > \frac{6}{4}$ esto es $2 > 1\frac{2}{4}$ sera $\frac{8}{4} > \frac{6}{4}$ luego $2 > 1\frac{2}{4}$.

Proposicion 14 Theorema.

De quatro cantidades proporcionales si la 1.ª es igual, maior, o menor q la 3.ª tambien la 2.ª sera igual maior, o menor q la 4.

Explicacion.

Sean proporcles . . . . a . . b . . c . . d.
digo q si . . . . a = c
tambien . . . . b = d.

Demostracion.

Por lo supuesto a . . b . . c . . d luego por el Lemma 1.º el producto de los extremos ad = bc producto de los medios, y tambien por el

mismo Lemma a..c..b..d porq el producto de los extremos ad = bc producto de los medios: luego si a = c tambien b = d esto es el antecte igual a su consegte y tambien el otro antecte igual a su consegte y si mayor, y si menor, menor como se vera en las Demostraciones siguientes; y para lo 1º en numeros sean proporles 8..4..6..3 luego si 8 maior q 6 tambien 4 maior q 3.

Otra Demostracion.

Porquanto . . . . $\overset{m}{a}$..b..$\overset{m}{c}$..d.
seran los exponentes de estas razones iguales, y supongase un a m. luego por el Corolario de la Def. 5a sera . . . . a..bm.
tambien en la 2a razon se tiene..c = dm.
y siendo por lo supuesto . . . . . a = c
sera por el Axioma 1º . . . . . . bm = dm.
y partiendo todo po la comun medida m sera } . . . b = d
q es lo 1º q se avia de mostrar.

Lo 2º

Si en las mismas cantidades proporles a..b..c..d
fuere . . . . a > c.
digo q tambien . . . . b > d
por el Corº de la Def. 5a se tiene . . . . a = bm.
y tambien por lo mismo . . . . c = dm.
y siendo por lo supuesto . . . . a > c.
sera tambien por el Axioma 1º . . . . . . bm > dm.

y partiendo todo por } . . . . b > d.
la comun medida m sera
Lo 3º en las mismas cantides proporles $\overset{m}{a}..b..\overset{m}{c}..d.$
si . . . . a > c.
digo q̃ tambien . . . . b > d
por el cor.º de la Def. 5 se tiene . . . . . a = bm.
y tambien de la 2ª razon se tiene . . . c = dm.
pero lo supuesto . . . . a > c
luego . . . . bm < dm
y partiendo por la ~~menor~~ comun
medida m se tendra Axioma 5ª } . . b > d.
q̃ es lo q̃ se avia de demostrar

Otra Demostracion.

Sean las cantidades proporles . . . . a . . b . . c . . d
y sera lo 1º . . . . a : . c . .
digo q̃ tambien sera . . . . . . b = d,

Demostracion.

Por lo supuesto se tiene . . . . a = c.
luego tiene la misma razon a una 3ª d por la
proposicion 7ª esto es . . . . a . . d . . c . . d
y siendo por lo supuesto . . . . . a . . b . . c . . d
sera por la propn. 11 . . . . a . b . . . a . . d.
luego por la propn. 9 . . . . b = d
q̃ es lo 1º
Lo 2º si . . . . a . . b . . c . . d.
y . . . . a > c.
digo q̃ . . . . b > d

Demostracion.

Por lo supuesto se tiene . . . . . . a < c.
luego por la propn. 8a. sera . . . a.b > c...d
y siendo . . . . a..b..c..d.
sera tambien . . . . c.d > c..b.
y por la propn. 10 sera . . . . d > b.
o bien . . . . b > d.
q es lo q se avia de demostrar.
Lo 3o. en las mismas cantidades proporcionales siendo . . . . a..b..c..d
Si fuere . . . . a > c
digo q . . . . b > d.

Demostracion.

Siendo por lo supuesto . . . . a > c
sera por la propn. 8a. . . . . . . a..b > c..d.
pero por lo supuesto . . . . a..b..c..d
luego sera tambien . . . . c..d < c..b.
y por la propn. 10 . . . . d > b.
o bien . . . . b > d
q es lo q se avia de demostrar.

Proposicion 15 Theorema.

Los Equimultiplices tienen la misma razon q sus partes.

Explicacion.

Sean las cantidades bm, cm. equimultiplices de las partes b, y c digo q son proporles bm..cm. b..c porq el producto de los extremos bcm igual bcm producto de los medios.

En numeros.

Si las cantidades 8. y 6 son equimultiplices de

de 4 3 seran proporles 8..6::4..3 porque
producto de los extremos 24 = 24 pro
ducto de los medios.

Corolario

Si dos cantidades 4, y 3 se multiplican por
otra como 2 los productos 8, y 6 estaran en
la misma razon esto es 4..3..8..6.

Scholio.

En esta proposicion se funda la reduccion de
los quebrados a un comun Denominador;
esto es si el numerador, y Denominador de
$\frac{2}{3}$ se multiplica por 5 se tendran $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$
y si el numerador, y Denomin.^r de $= \frac{4}{5}$ se mul-
tiplican por 3 se tendra $\frac{12}{15}$ —— $\frac{4}{5}$, tam-
bien se funda en esta Prop.^n el reducir los
quebrados a minimos terminos porque el
num.^r y Denom.^r se parten por una misma
medida.

Proposicion 16 Theorema.

Si quatro cantidades son directamente pro
porles tambien lo seran alternando.

Explicacion.

Si . . . . a..b..c..d
tambien alternando sera . . . . c. b..d.

Demostracion.

Por lo supuesto a, b, c, d, luego el producto
de los extremos ad = bc producto de los
medios por el Lemma 1º. tambien a ~~=~~ bd
porque ad = bc.

En numeros.

Si son proporte. . . . . . . 8..4..6..3.
tambien alternando sera. . . . 8..6..4..3.
porq el producto de los extremos..24 = 24.
producto de los medios en una, y otra propn.

Scholio.

tambien se demuestra la propn. inversa porq
si directamente son proporte a..b..c..d lue-
go. tambien invirtiendo sera b..a..d..c.
porq el producto de los extremos bc = ad
producto de los medios.

En numeros

Si directamte son proporte. . . . . 8..4..6..3.
sera tambien inverdo. . . . . . . 4..8..3..6
porq el producto de los extremos. . . 24 = 24.
producto de los medios.

Proposicion 17 Theorema.

Si 4 cantidades son directamente proporte tambien lo sera dividiendo.

Explicacion.

Sean directamte proporte. . . . . a..b..c..d.
digo q seran Dividiendo. . ., a—b..b—d..d.

Demostracion.

El producto de los extremos es ad—bd y el
y el de los medios bc—bd y siendo por lo su-
puesto a..b..c..d sera por el Lemma 1º ad =
= bc y quitando de entrambas partes bd
sera ad—bd = bc—bd esto es el pro-
ducto de los extremos igual al de los medios
luego a—b::c—d..d.

En numeros.

Si . . . . 2..3..8..2.
sera dividiendo . . . . . . 12.3..3..8—2..2
esto es . . . . 9..3..6..2
porq el producto de los extremos 18 = 18 producto de los medios.

Proposicion 18 Theorema

Si 4 cantidades son directamte proporles tambien lo seran componiendo.

Explicacion.

Si son proporles . . . . a..b..c..d.
digo q seran componiendo . . a+b..b..c+d..d.

Demostracion.

El producto de los extremos es . . . . ad + bd
y el producto de los medios es . . . . . . bc + bd.
y siendo por lo supuesto . . . . . a..b..c::d.
sera (Lemma 1°) . . . . ad = bc.
y añadiendo bd sera . . . ad + bd = bc + bd:
luego son proporcionales . . a+b..b::c+d..d.

En numeros.

Si son proporles . . . . 8..4..6..3.
sera componiendo . . . . 8+4..4::6+3::3.
esto es . . . . 12..4::9::3.
porq el producto de los extremos . . . 36 = 36 producto de los medios.

Proposicion 19. Theorema.

Si el todo al todo es como la parte a la parte tambien el residuo al residuo, sera como al todo al todo.

Explicacion

Sea el todo a+b al todo c+d como la parte b a la parte d, digo q̃ tambien sera el residuo al residuo esto es a..c a+b..c+d.

Demostracion.

El producto de los extremos es . . . . ac+ad
y el de los medios . . . . ac+bd.
y siendo por su proposicion . . . a+b..c+d::b..d.
sera por el Lemma 1º. . . . . . . ad+bd=bc+bd
y quitando de entrambas partes. bd. sera ad=bc
y añadiendo a entrambas partes ac sera ac+ad.
=bc+ac.
luego por el Lemma 1º. . . . a..c::d+b..c+d.

En numeros.

Sean los todos . . . . 12, y 9
las partes . . . . 8, y 6
seran los residuos . . . . 4, y 3.
digo pues q̃ si . . . . 12. 9..8..6
tambien seran los residuos . . . 4..8..12..9.
porq̃ el producto de los extremos 36=36 producto de los medios.

Proposicion 2o Theorema.

Dadas algunas cantidades como a, b, c. de una parte, y otras de igual numero de otra como d, e, f. en proporcion ordenada si la 1ª a de la una parte es maior q̃ la ultima c; tambien la 1ª d en la otra parte sera maior q̃ la ~~otra~~ ultima f, y si igual, igual, y si menor, menor.

Explicacion

a, b, c,	d, e, f
8 4 3	24 12 9

Sean las cantidades dadas en una parte a, b, c.
y otras en igual numero como d, e, f. en proporcion ordenada esto es . . . . . -a, . b . . d . . e
y . . . . b . . c . . e . . f
digo q̃ si . . . . a ═══ c
tambien . . . . d ═══ f.

Demostracion.

Por lo supuesto . . . . a . . b . . d . . c .
luego alternando sera (Prop.n 16) a . . d . . b . . . c .
y siendo . . . . b . . c . . e . . f .
alternando sera . . . . b . . e . . c . . f .
luego por la Propn 11 . . . . . . a . . d . . . c . . f .
y siendo . . . . a ═══ c
sera por la propn 14 tambien . . d ═══ f.
Sia a > c tambien d > f. y si a < c tambien d < f. por la propn 14.

Proposicion 21 Theorema.

Dadas algunas cantidades a, b, c de una parte, y otras de otra en igual numero, d, e, f en proporcion perturbada, si la 1.a a es maior q̃ la ultima c de una parte, tambien la ~~tambien~~ tra la 1.a de la otra parte sera maior q̃ la ultima f. i si igual, igual, y si menor menor

Explicacion

a, b, c.	d, e, f
8, 4 3	16, 12, 6

Sean dadas tres cantidades como a, b, d en una parte, y otras en otra en igual numero como d, e, f. en proporcion perturbada de suerte q sean . . . . . a, b, e, f.
y . . . . b, c, e, f.
digo q si a = c tambien . . . d = f.

Demostracion.

Por lo supuesto son proporles . . . a,..b::e::f.
luego lemma 1º . . . . af = be.
tambien se tiene . . . . b..c..d..e.
luego sera a Lemma 1º . . . . . . be = cd
luego Axioma 1º . . . . af = cd.
y por el caso 1º del Lemma 1º . . a:.d..c..f.
y siendo . . . . a = c.
sera por la propn. 14 . . . . d = f.
Si a > c tambien d > f si a < c tambien d < f (Propn. 15) q es lo q se ardia de demostrar.

Proposicion 22. Theorema.

Dadas algunas magnitudes en una parte, y otras en igual numero en otra parte de suerte q esten en proporcion ordenada; tambien por igualdad de razon, seran proporles; esto es la 1a. a la ultima en una parte, tendra la misma razon, q la 1a. a la ultima en otra.

Explicacion. a, b, c, d, e, f.

Sean las cantidades a, b, c de una parte proporles a las d, e, f de otra de suerte q sea

que sea. . . . . a..b..d..e.
y. . . . . b..c..e..f.
digo q̃ por razon de igual sera. . . . . a..c..d..f.

Demostracion.

Por lo supuesto . . . . a..b..d..e.
luego por el Lemma 1º. . . . ae ═══ bd
tambien por lo supuesto. . . . b..c..e..f.
luego por el Lemma 1º. . . . bf ═══ ce
y multiplicando iguales por iguales, estos ae x bf. y bd x ce seran los productos iguales Axioma 5º. estos aebf ═ bdce, y dividiendo todo por be seran los quo.tes iguales por el mismo Axioma, estos af ═ cd luego por el Lemma 1º sera. . . . . . . a..c..d..f.

En numeros.

Sean de la 1a. parte las cantidades. . . 8,4,3.
proporcionales a. 24,12,9
de suerte q̃. . . . . 8..4..24..12.
y. . . . . 4..3..12..9.
Digo q̃ por igualdad de razon sera. . . . . . 8..3..24..9.
porq̃ el producto de los extremos. . 72 ── 72.
producto de los medios.

Proposicion 23 Theorema.

Dadas algunas magnitudes de una parte, y otras en igual numero de otra en proporcion perturbada; tambien por igualdad de

razon seran proporles, la 1.a a la ultima en una parte, tendra la misma razon q̃ la 1.a a la ultima en otra. $a, b, c. | f, d, c.$

Explicacion.

Sean las magnitudes a, b, c, proporles a las f, d, c de suerte que . . . . $a .. b .. d .. e$
y . . . . $b .. c .. f .. d.$
Digo q̃ por igualdad de razon sera. . . . . $a .. e .. f .. c.$

Demostracion.

Por lo supuesto. . . . . $a .. b .. d .. e.$
luego por el Lemma 1.o . . . . $ac = bd.$
y tambien por lo supuesto. . . . . $b .. c .. f .. d$
luego por el mismo Lemma. . . . . $bd = cf.$
de q̃ se sigue (Axioma 1.o). . . . . . $ae = cf.$
y por el caso 2 del Lemma 1.o sera . . . . $a .. c .. f .. e.$

En numeros. 8,4,3 | 16,12,6.

Sean las cantidades de una parte 8, 4, 3. proporles a las de otra, y en igual numero 16, 12, 6 de suerte q̃ sea. . . . . 8 .. 4 .. 12 .. 6.
y . . . . 4 .. 3 .. 16 .. 12.
Digo q̃ por igualdad de razon sera . . . . . 8 .. 3 .. 16 .. 6.
porq̃ el producto de los extremos 48 = 48 producto de los medios.

LIBRO 4.º DE LAS REGLAS DE PROPORCION.

Definicion 1.ª

Regla de proporcion es la q̃ enseña el modo de hallar un quarto proporcional a tres numeros dados, o conocidos, y por esto se llama vulgarmente regla de tres. Dicese tambien regla de oro por ser de grande utilidad para el comercio humano; dividese en directa, y reciproca.

Definicion 2.ª

Regla de tres directa es quando los terminos son directamente proporcles; esto es quando el 1.º al 2.º tiene la misma razon q̃ el 3.º al 4.º Exemplo. Si en 4 meses se ganan 20 doblones en 8 meses se ganaran 40: o tambien si quando el termino 3.º es maior, o menor q̃ el 1.º tambien el 4.º ha de ser mayor, igual o menor q̃ el 2.º entonces la proporcion es directa, como en el presente caso por q̃ los 8 meses son mas q̃ 4 tambien la ganancia 40 ha de ser maior q̃ 20.

Definicion 3.ª

Si creciendo el termino 3.º respecto al 1.º ha de menguar el 4.º respecto al 2.º o menguando el 3.º ha de crecer el 4.º en este caso la proporcion es indirecta, inversa, o reciproca

Exemplo.

Si 100 hombres hacen un foso en 12 dias 50 hombres en quantos dias lo haran? es evidente, que disminuiendose los hombres se han de aumentar los dias, porq menos hombres necesitan mas tiempo para hacer el mismo fosso.

Definicion 4a

Assi la proporcion directa, como reciproca se dividen en simple, y compuesta; la proporcion simple se compone de 4 term. o bien de dos razones iguales; como si en 2 meses se ganan 40 en 4. se ganaran 80.
La compuesta o la q consta de 3, 4, 5 o mas razones, y por consiguiente los terminos seran, 6, 8, 10 como si 10 hombres en 5 dias ganan 100 reales. 25 hombres en 15 dias ganaran 750.
Quando todas las razones son directas se llama Compuesta directa, si alguna de las razones fuere reciproca se llama compuesta reciproca.

Capitulo 1o
De la regla de 3 simple.

Tres cosas se han de observar en la regla de proporcion simple
1a. Disponer los terminos en la devida forma
2a Examinar si es inversa, para reducirla a

a directa.
3ª hallar el termino q. se busca.
Para lo 1º se escriviran los termin.s de suerte q. el 1º. y 3º sean de una misma especie y el 2º. y 4º de otra, poniendo en lugar del termino q. se busca X.

Exemplo 1º

Si con 8 doblones se ganan 4, con 6 doblones quantos se ganaran porq. se busca la ganancia se escrivira esta especie en el 2º, y 4º lugar, y el caudal en el 1º y 3º de este modo.

Caudal.	Ganancia	Caudal.	Ganancia
8	4,	6	X = 3.

Dispuestos los terminos se reconocera si la proporcion es directa, o inversa, atendiendo a lo q. se dixo en las Definiciones 2ª. y 3ª. y pues diminuyendose el caudal, se deve diminuir la ganancia, la proporcion sera directa, y no necesita de reduccion assi para hallar el termino q. se busca se multiplicara el termino 3º por el 2º. y el producto se partira por el 1º. y vendra al quot.e el 4º. proporcional q. se pide: luego multiplicando 4x6 y el producto 24. partiendo lo por 8 dara al quot.e 3 valor de X. y se dira q. si 8 doblones ganan 4. 6 doblones ganaran 3.

Exemplo 2º

Si 100 hombres hacen un fosso en 12 dias 50 hombres en quantos dias haran la misma ocuvacion?

Porq. se busca el numero de los dias se pondra esta especie en 2.º y 4.º lugar, y los hombres en 1.º y 3.º de este modo.

Hombres.	Dias.	Hombres.	Dias.
100	12	50	X

Dispuestos los terminos se reconocera q. la proporcion es inversa, porq. disminuiendose los hombres se han de aumentar los dias, y para reducirla a directa se mudaran los antec.tes esto es el 1.º termino se hara 3.º, y el 3.º se hara 1.º y se tendra.

Hombres,	Dias,	Hombres,	Dias.
50	12	100	X = 24.

Finalmente multiplicando 100 x 12 se tendra 1200. q. partidos por 50 dara el Quo.te 24. por el valor de X. y se dira q. 50 hombres paran en 24 dias la misma ucavacion q. los 100 hombres en 12 dias.

Quest.on 1.a

Pidese 1260 pies de Castilla: quantos hacen de Paris.

Resolucion.

Sabiendo q. 7 Pies de Castilla hacen 6 de Paris. se dispondran los terminos deste modo.

~~Pies de Castilla. Pies de Paris. Pies de Castilla~~

Pies de Castillas.	Pies de Paris.	Pies de Castilla:	Pies de Paris
Si. 7	6	1260	X = 1080.

Se dira, si 7 dan 6; 1260 quedaran multi

plicando pues 1260x6 es el producto 7560 q partido por 7 viene al Quo.te 1080 y se dira q 1260 pies de Castilla ha cen 108 de Paris.

Question 2.a

En una plaza q tiene 3000 hombres de guarnicion hay viveres para 8 meses, y recelandose de sitio entraron de aumento 1500 hombres: pidese para quanto tiempo tendran viveres.

Resolucion.

Juntos los 1500 hombres q entraron con los 3000 q estaban, avra en la plaza 4500; y porq se buscan meses se pondra este termino en 2.o, y 4.o lugar, q con todos los demas sera su disposicion la siguiente.

Hombres	Meses.	Hombres	Meses.
3000	8	4500	X.

Porq aumentandose el numero de los hombres, tendran viveres para menos tiempo es inversa la proporcion, y se reducira a directa, mudando los antect.es y se tendra.

Hombres..	Meses	Hombres.	Meses.
4500	8	3000	X = 5 $\frac{1}{3}$

Multiplicando pues 3000 x 8 y el producto 24000 partido por 4500 dara al Quo.te 5 $\frac{1}{3}$ y se dira q tendran viveres para 5 meses, y 10 dias.

Question 3ª

En una Plaza sitiada q̃ tiene 1200 hombres de guarnicion hoy viveres para 9 meses dando a cada soldado 18 onzas de pan al dia, el Governador tiene aviso q̃ no puede ser socorrido hasta un año; pidese quantas onzas de pan se daran cada dia al soldado, para q̃ baste la provision.

Resolucion

Porq̃ se busca el num.º de las onzas se pondran en el 2.º y 4 lugar. y tendran la disposicion siguiente.

Meses	Onzas	Meses	Onzas
9	18	12	X

Porq̃ aumentandose el numero de los meses deben diminuir las onzas de pan, la proporcion es inversa, y para reducirla a directa se mudaran los antecᵗᵉˢ y se tendra.

Meses	Onzas	Meses	Onzas
12	18	9	$X = 13\frac{1}{3}$

Multiplicando pues 18 x 9. y el producto 162. partido por 12. dara al Quotᵗᵉ 13 onzas, y $\frac{1}{2}$ y tantas se han de dar al soldado cada dia para q̃ dure un año la provision.

Question 4ª

Si para hacer una tienda se necesitan 80 canas ~~mas~~ de tela q̃ tiene 5 palmos de ancho, quantas canas seran menester de otra tela q̃ tubiere de ancho 3 palmos

Resolución.

Porq se busca el numero de las canas se pondra este termino en el ultimo lugar, y tendra la disposicion siguiente

Palmos	canas	Palmos	Canas
5	80	3	X

Respecto de q disminuiendose lo ancho dela tela se necesitan mas canas se mudaran los antecedentes, y se tendra la proporcion directa.

Palmos	Canas	Palmos	Canas
3	80	5	X = $133\frac{1}{3}$

Multiplicando 5 X 80, y el producto 400 partiendolo por 3 viene al Quociente $133\frac{1}{3}$ por el valor de X y tantas canas se necesitan p.

Luzerunatrenda

Question 5ª

Aviendo puesto 1600 doblones a ganancia a razon de 5 por 100 al año se desea saber la total ganancia q corresponde.

Resolucion.

Porq se busca la ganancia se pondra este termino en el ultimo lugar.

Caudal	Ganancia	Caudal	Ganancia
100	5	1600	X = 80.

Porq aumentandose el caudal se debe aumentar la ganancia, la proporcion es directa; luego multiplicarse 1600 X 5 y el producto 8000 partido por el 1º termino

dara al Quo.te 80 valor de X. y se dirá 1600 doblones a razon de 5 por 100 darán de renta al año 80 doblones.

Question 6.a

A razon de 5 por 100 me dan todos los años 80 doblones; pidese quanto sera el principal.

Ganancia	Caudal	Ganancia	Caudal
5	100	80	X = 1600.

Porq. creciendo la ganancia deve crecer el caudal, la proporcion es directa; luego multiplicando el termino 3.o por el 2.o, y el producto 8000 partido por 5 termino 1.o vendra al Quot.e 1600 por el valor de X. y se dira q. el principal es 1600 doblones

Capitulo 2.o

De la regla de 3 compuesta

Para resolver las questiones de la proporcion compuesta se observaran las reglas siguientes

1.a la proporcion se dividira en 2 partes poniendo en el ultimo lugar el termino q. se busca, y se ordenaran las especies en una, y otra parte, de suerte q. la 1.a corresponda a la 1.a, la 2.a a la 2.a y la 3.a a la 3.a

2.a Ordenados los terminos se examinaran cada una de las proporciones comparando con la especie q. se busca cada una de las otras, y si alguna se hallare inversa se reducira a direc-

directa mudando los antecedentes.

3.ª teniendo ya la proporcion directa, q̃ los terminos son 6. se multiplicara, el 3.º 4.º y 5.º entre si, y se tendra el Dividendo; multipliquense tambien 1.º y 2.º y se tendra el divisor, y hecha la division, o particion sera el Quo.te el termino 6 q̃ se busca

Question 1.ª

Si 10 hombres en 5 dias ganan 100 reales 25 hombres en 15 dias quantos r.s ganaran.

Resolucion.

Porq̃ se buscan reales se pondra este termino en el ultimo lugar, y ordenados los demas en una, y otra parte de la proporcion se atendera a q̃ correspondan hombres a hombres, dias a dias, y Reales a Reales, como se ha dicho en la regla 1.ª y se tendra.

Homb.s	Dias	Real.	Homb.s	Dias	Rea.s
10	5	100	25	15	x = 750

Ordenados los terminos se examinaran las proporciones, comparando 1.º hombres con reales: diciendo: si 10 hombres ganan 100 rea.s 25 hombres quantos ganaran? y porq̃ aumentandose los hombres, tambien deven aumentarse los reales, la proporcion es directa; y comparando en la 2.ª proporcion dias con rea.s se dira; si en 5 dias se ganan 100 reales, en 15 dias, q̃ se ganaran? en donde se ve claro q̃ por crecer los dias, crecera la ganancia: luego tambien esta propor-

cion es directa, y no hay necesidad de reducion, y asi multiplicarse 3.º 4.º y 5.º termi entre si esto es 100, 25. y 15. daran el producto 37500 q sera el Dividendo; multiplique se aora 1.º y 2.º termi esto es 10. por 5, y se tendra el Divisor, partase 37500 por 50 y vendra al Quot.e 750 por el valor de X y se dira q si 10 hombres, en 5 dias ganan 100 reales; 25 hombres en 15 dias ganaran 750.

Question 2.ª

Si 10 hombres en 5 dias ganan 100 rea; 25 hombres en quantos dias ganaran 750. reales: supongase los terminos poniendo en el ultimo lugar los dias q se buscan, y se tendra.

Homb.s	rea.	Dias.
10	100	5

Homb.s	rea.	Dias.
25	750	X

Examinese la proporcion q se forma de hombres; y dias, diciendo si 10 hombres hacen cierta ganancia en 5 dias; 25 hombres en quantos dias haran la misma ganancia, y porq mas hombres haran la ganancia en menos tiempo, esta proporcion es inversa; y mudando los antecedentes; esto es poniendo 25 en lugar de 10, y 10 en el de 25 se tendra reducida o directa.

Examinese la proporcion de reales, y dias diciendo, si 100 reales se ganan en 5 dias 750 reales en quantos dias se ganaran, y porq mas reales necesitan mas dias para ganarse, esta proporcion es directa, y no necesita de reducion.

Homb.^s	Reales	Dias	Homb.^s	Re.^s	Dias
25	100	5	10	750	X = 15

Multipliquense los numeros 750, 10, y 5, y se tendra 37500, por el Dividendo: multipliquese 100 X 25, y el producto 2500 es el Divisor, y hecha la particion se hallara el Quote 15 dias por el valor de X.

Question 3.^a

Si 10 hombres en 5 dias ganan 100 rea.^s para ganar en 15 dias 750 rea.^s quantos seran menester.

Resolucion.

Lo 1.^o porque se busca el numero de los hombres se pondra en el ultimo lugar, y ordenados los terminos se tendra.

Dias	Rea.^s	Homb.^s	Dias	Rea.^s	Homb.^s
5	100	10	15	750	X

Lo 2.^o hagase el examen diciendo, si en 5 dias hacen una ganancia 10 hombres, en 15 dias haran la misma ganancia menos hombres; luego es reciproca, y mudando los antecedentes 5, y 15 se tendra reducida a directa.

Tambien si 100 reales se ganan por 10 hombres para ganar 750 se necesitan mas hombres; luego es directa, y sera toda la proporcion

Dias	Rea.^s	Hombres	Dias	Rea.^s	Hombres
15	100	10	5	750	X = 15

Lo 3.^o multiplicando 750 X 5, y el producto por 10 se tendra el Dividendo 37500;

y multiplicando 100 x 15 se tendra el Divi-
sor 1500, y hecha la particion sera el Quoci-
25 hombres por el valor de x.

Question 4.ª

Si 40 hombres en 15 dias hacen 50 Tues-
sas de excavacion, quantas Tuessas haran 30
hombres en 28 dias.

Lo 1.º porque se buscan las Tuessas se pondran
en el ultimo lugar, y se hara el orden de los
term.s como se sigue.

Homb.s	Dias	Tuessas	Homb.s	Dias	Tuessas
40	15	50	30	28	x — 70.

Lo 2.º examinando la proporcion entre hom-
bres, y Tuessas se vera que si 40 hombres hacen
50 Tuessas en cierto tiempo: 30 hombres en
el mismo tiempo haran menos Tuessas
luego es directa.

Examinando tambien la proporcion de
dias, y Tuessas se vera, que si un numero de
hombres en 15 dias hacen 50 Tuessas; en 28
dias haran mas Tuessas; luego tambien es di-
recta, y no necesita de reduccion.

Lo 3.º multiplicandose entre si 28, 30, y 50.
se tendra 42000, y multiplicando 15 por 40
se tendra 600, y hecha la particion sera el
Quoc.te 70 Tuessas, por el valor de x.

Question 5.ª

Si 40 hombres en 15 dias hacen la excavacion
de 50 Tuessas, quantos dias seran menester
para que 30 hombres hagan 70 Tuessas.

Lo 1º. porq̃ se buscan los dias se pondra esta termino en el ultimo lugar, y se tendra la disposicion siguiente

Homb.ˢ	Tuesas.	Dias.	Homb.ˢ	Tuesas.	Dias.
40.	50.	15.	30.	70.	X.

Lo 2º. comparando los hombres, y dias se vera q̃ si 40 hombres hacen una escavacion en 15 dias: 30 hombres necesitan mas tiempo, y assi esta proporcion es reciproca, y se mu darán los antecedentes 40, y 30.
Comparando las Tuesas, y dias se vera, q̃ si 50 Tuesas se hacen en 15 dias; para hacer 70 Tuesas se necessita mas tiempo: luego es directa y se tendra

Homb.ˢ	Tuesas.	Dias	Homb.ˢ	Tuesas.	Dias.
30.	50.	15.	40	70	X = 28.

Lo 3º. multiplicando 70, 40, 15. en cruz se ten dra 42000, y multiplicando 50x30 sera el divisor 1500, y hecha la particion, sera el quociente 28 dias por el valor de X.

Question 6.ª

Si 40 hombres en 15 dias hacen 50 Tuesas de escavacion, quantos hombres seran menester para hacer en 28 dias 70 Tuesas.
Lo 1º. porq̃ se busca el num.º de los hombres se dispondran los terminos como se sigue.

Dias.	Tuesas.	Homb.ˢ	Dias.	Tuesas.	Homb.ˢ
15.	50.	40	28.	70.	X.

Lo 2º. examinando los dias, y hombres se

se verá q̃ si en 15 días hacen la excava
cion 40 hombres, para hacerla en 28 di
as, bastarán menos hombres; luego es re
cíproca, y assi se mudarán los antece-
dentes 15, y 28.
Examinando las Suesas, y hombres se ve
ra, q̃ para 50 Suesas se necessitan 40 hom
bres; con q̃ para 70 Suesas serán menester
mas hombres: luego esta proporcion es direc
ta, y quedarse dispuesta en la forma sig.te

Días	Suesas	Homb.s	Días	Suesas	Homb.s
28	50	40	15	70	X = 30

Lo 3.o multiplicando 70 x 15, y 40 se tendrán
42000, y multiplicando 50 x 28 el producto
1400 será el Divisor, y hecha la parti
cion el Quo.te 30 será el valor de X.

Questión 7.a

800 hombres sitiados en una plaza tienen
pan para 20 días dandoles a cada uno a ra
zon de 24 onzas: se pregunta si los hom
bres fuessen solamente 600 para q̃ el
Pan durase 30 días, quantas onzas se les ha
de dar.

Resolucion.

Porq̃ el termino q̃ se busca son onzas, se
pondrá este en el ultimo lugar, y será la
disposicion de ellos como se sigue,

Homb.s	Días	Onzas	Homb.s	Días	Onzas
800	20	24	600	30	X

El examen de la 1.a proporcion es si a 800

hombres para q̃ dure el pan un cierto tiempo se les dara a cada uno 24 onzas; a 600 hombres para q̃ dure el mismo tiempo se les dara mas onzas, y pues disminuyendo los hombres, deven aumentarse las onzas; se dira q̃ esta proporcion es reciproca, y assi se mudaran los antecedentes 800, y 600: para la 2.ª se hara esta comparacion; si a cierto numero de hombres para q̃ dure el pan 20 dias se les da a razon de 24 onzas, a estos mismos hombres para q̃ dure 30. dias, se les avra de dar menos onzas, y respecto de aumentarse el numero de los dias, quando deven disminuir las onzas, sera tambien esta proporcion indirecta, q̃ se reducira a directa mudando los antecedentes 20, y 30; con lo qual estaran ordenados los terminos deste modo.

Homb.s	Dias	Onzas	Homb.s	Dias	Onza
600	30	24.	800	20	$x = 21\frac{1}{3}$.

Multipliquense entre si los terminos 20, 800, y 24, y el producto 384000 es el Dividendo, y multiplicando 600 x 30 sera el producto 18000 el Divisor; hagase la particion, y sera el Quo.te $21\frac{1}{3} = x$ y se dira q̃ si 800 hombres tienen pan para 20 dias dandoles a 24 onzas; 600 hombres ten-

dran pan para 30 días, dandoles a cada a 24 onzas, y $\frac{1}{5}$

Esta practica de multiplicar el 3.º 4.º y 5.º terminos, y el producto partirlo por el q sale de la multiplicacion del 1.º y 2.º para tener el 6.º se funda en q los terminos de qualquiera proporcion compuesta, se reducen a 4. y la razon q hay entre las dos cantidades de la especie q se busca, es compuesta de las especies de las demas razones, y asi en el exemplo antecedente se tienen tres razones, la 1.ª de hombres a hombres, la 2.ª de dias a dias, y la 3.ª de onzas a onzas esto es $\frac{600}{800}$ $\frac{30}{20}$ $\frac{24}{X}$ haciendo una razon compuesta de las dos primeras razones, se tendra $\frac{600 \times 30}{800 \times 20}$ y sera la proporcion 600×30 800×20. 24 X y porq el caso 1.º del lemma 1.º es producto de los extremos es igual al de los medios esto es $600 \times 30 \times X = 800 \times 20 \times 24$. y partiendo todo por 600×30 sera X igual $\frac{800 \times 20 \times 24}{600 \times 30}$ quiere decir esta expresion q para hallar el 6.º term.º X se ha de multiplicar el 3.º 4.º y 5.º terminos esto es 800, 20, y 24. y el producto se ha de partir por el 1.º y 2.º esto es por 600, y 30.

La prueba es q el producto del 6.º 1.º y 2.º terminos ha de ser igual al producto del 3.º 4.º y 5.º

uto u $21\frac{1}{3} \times 600 \times 30 = 800 \times 20 \times 24$.

Scholio.

Si en alguna proporcion intervinieren dos numeros iguales de una misma especie, se quitaran de dicha proporcion. Exemplo: si 40 hombres en 15 dias hacen 50 fuesas de escavacion: 30 hombres en los mismos 15 dias; quantas fuesas haran en lo qual se quitaran los 15 dias de una, y otra parte, y sera lo mismo q̃ si se dixese; si 40 hombres hacen 50 fuesas de escavacion 30 hombres quantas haran.

A este modo se resolveran todas las questiones de la proporcion compuesta, en q̃ concurran 8 terminos, como si tantos Molinos, con tantas piedras, en tantos dias muelen tantas fanegas de Trigo; tantos Molinos, con tantas piedras, en tantos dias, quantas fanegas moleran.

Regla Gral.

Para hallar en qualquiera proporcion compuesta (despues de reducidos todos los terminos a directos) el valor de X (q̃ siempre se supone el ultimo termino) se operara como indica la tabla siguiente.

Termi.s	Quocte.	Divisor	Dividendo.
4.º	4.º	1.º	2.º 3.º
6.º	6.º	1.º 2.º	3.º 4.º 5.º
8.º	8.º	1.º 2.º 3.º	4.º 5.º 6.º 7.º
10.º	10.º	1.º 2.º 3.º 4.º	5.º 6.º 7.º 8.º 9.º
12.º	12.º	1.º 2.º 3.º 4.º 5.º	6.º 7.º 8.º 9.º 10.º 11.º

Capitulo 3.º

De la regla de compañias.

La regla de compañias, no es otra cosa, q̃ distribuir la ganancia, o perdida entre los compañeros a proporcion del caudal q̃ cada uno tiene puesto en el fondo, y su operacion es de este modo.

Question 1.ª

Tres hacen compañia; el 1.º puso 600 pesos, el 2.º 800, y el 3.º 1100, y despues de algun tiempo se hallaron con 1000 pesos de ganancia, pidese quanto corresponde a cada uno.

Compañeros	Caudal	Ganancia.
1.º	600	240.
2.º	800	320.
3.º	1100	440.
Suma del caudal	2500	1000.

Resolucion.

Sumense los caudales, y se tendra 2500, y para saver lo q̃ corresponde a cada uno, se hara la regla de 3 siguiente para el 1.º y sera.. .... 2500 .. 1000 :: 600 .. X = 240.

Y reconociendo q̃ es directa se multiplicarà 2.º, y 3.º term.s esto es 1000 x 600, y el producto 600000. se partira por 2500, y sera el quo.te 240 = X. por la ganancia q̃ le toca al 1.º

Para saver lo q̃ corresponde al 2.º se hara esta regla de 3 .i. 2500 .. X .. 1000 .. 800 .. X y viene por 4.º term.s 320, q̃ hecha como antes e

hallara q̃ corresponde al 2º 320 = x.
Para el 3º se hara otra regla de proporcion de este modo . . . 2500 . . 1000 . . . 1100 = = x = 440 y hecha la regla se hallara q̃ corresponde al 3º 440 = x y sumando las ganancias parciales, se tendra 1000 igual a la ganancia total.
Esta misma question se puede poner tambien de este modo: dividir el num.º 1000 en 3 partes q̃ guardan la misma razon q̃ los numeros 600, 800, y 1100
Quando en la compañia se señala tiempo desigual, entonces se dice regla de compañia con tiempo, o compuesta, laqual se reduce a simple multiplicando el caudal de cada uno por el tiempo, y sumando los productos se hara la regla como se ha dicho.

Question 2ª

Tres hacen compañia el 1º puso 480 pesos por 4 años, el 2º puso 320 pesos por tiempo de 5 an.s y el 3º puso 240 por tiempo de 6 a.s y han de repartir 400 pesos q̃ tubieron de ganancia; pidese lo q̃ toca a cada uno.
Disponense los terminos como se sigue.

Compañeros	Caudal	años	Productos	Ganan.
1º	. . 480 . . .	. . 4 . . .	. . . 1920	154 $\frac{4160}{4960}$
2º	. . 320 . . .	. . 5 . . .	. . . 1000 . . .	120 $\frac{160}{4960}$
3º	. . 240 . . .	. . . 6 . . .	. . . 1440 . . .	116 $\frac{640}{4960}$
Suma.	1040		4960	400 $\frac{4960}{}$

Resolucion.

Multipliquese el caudal de cada uno por los a
ños; esto es 480x4, y se tendra el 1º producto
1920, y multiplicado 320 por 5 sera el 2º pro
ducto ~~1920~~ 1600, y haciendo lo mismo con
240 multiplicando por 6 sera el 3º produc
to 1440, y la suma de los tres productos sera
4960.

Para saver la ganancia q corresponde al
1º se dira si 4960 suma de los productos
da 400 pesos de ganancia; 1920, producto
del 1º, q ganancia dara? hecha la regla se
hallara q le corresponde 154 pesos $\frac{4160}{4960}$
Para el 2º se dira si 4960 dan 400. 1600.
quanto ganaran? hecha la operacion se
tendra 129 pesos $\frac{160}{4960}$ por la ganancia del 2º.
Para el 3º se dira si 4960 dan 400. 1440 q
ganaran? y se hallara q le corresponde 116
pesos $\frac{540}{4960}$. y sumando estas ganancias par
ciales se tendra la total 400.

Question 3ª

Dos hicieron compañia por tiempo de 8 años,
el 1º puso 20 doblones, y al fin del 3º año sa
co 12 doblones de este caudal.
El 2º puso 30 doblones, y al fin del 5º año
añadio otros 10 doblones, y hallaron de ga
nancia 120 doblones; pidese lo q correspon
de a cada uno.
Porq el 1º puso 20 doblones, y al fin del 3º
año retira 12 se multiplicara 20x3, y se

el producto 60. y porq. en los ultimos 5 años
su caudal en el fondo era solo 8 doblones,
se multiplicara 8×5 y el producto 40 se su-
mara con 60, y se tendra 100 por el produc-
to total del 1º.

Para el 2º se dira q. aviendo pues-
to en el fondo 30 doblones por los 8 años,
ha de multiplicarse 8×30, y el producto
sera 240, y porq. al fin del 5º año agrego 10
doblones mas para la ganancia de los 3 ul-
timos años se multiplicara 3 por 10 y su-
mando el producto 30 con 240 sera el pro-
ducto total del 2º. 270; y sumando el pro-
ducto del 1º. con el 2º se tendra la suma
total. 370.

Compros	Caudal	Años	Producto	Ganancia
1º	20	3	60.	
1º	8	5	40	
Suma del 1º			100	32 $\frac{160}{370}$
2º	30	8	240	
2º	10	3	30	
Suma del 2º			270	87 $\frac{210}{370}$.
			100	
Suma total			370	120.

Para saver lo q. corresponde al 1º se dira:
si 370 suma de los producto dan 120 doblo-
nes de ganancia; 100 producto del 1º q.
ganancia daran? y hecha la regla se ha-
llara q. le corresponde 32 doblones $\frac{160}{370}$.

Para el 2º se hara esta proporcion si 310 dan 120 doblones de ganancia 270 (producto del 2º) q ganancia daran? y haciendolo la operacion como antes saldra por 4º term. 87 doblones $\frac{210}{370}$ por la ganancia del 2º y sumando los productos parciales se tendra la total 120; todo lo qual parece en la figura antte.

REGLA de partes

En esta regla se supone q de una ganancia comun, diferentes particulares han de tomar diferentes partes, como si se quieren repartir 100 pesos entre 3 compañeros, de suerte q al 1º le toque la mitad; al 2º el tercio, y al 3º el quarto se operara como se sigue.

Resolucion.

Supongase las 3 fracciones q indican las partes q se han de sacar q seran $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$.

Reduzcanse las tres fracciones a un comun Denominador, y se tendran $\frac{12}{24}$, $\frac{8}{24}$ y $\frac{6}{24}$. y sumando los numeros se tendra la suma $\frac{26}{24}$.

Para saver lo q corresponde al 1º por su $\frac{1}{2}$ se formara una regla de 3, poniendo en el 1º term. la suma de los numeradores 26, en el 2º el numero 100 q es la ganancia q se ha de partir, y en el 3º el numerador nuebo 12 de esta suerte....

..26..100 :: 12..$x = 46\frac{2}{13}$.

Hecha la regla sale al 4.º termino 46 pesos $\frac{2}{13} = x$ por los pesos q̃ corresponderan al 1.º

Para saver lo q̃ corresponde al 2.º por su $\frac{1}{3}$ se hara esta proporcion 26 :: 100..8 $x = 30\frac{10}{13}$. y hecha la regla saldra por 4.º termino $30\frac{10}{13}$ q̃ son los pesos q̃ corresponden al 2.º

Para el 3.º se hara esta regla de 3. si 26. 100..6..$x = 23\frac{1}{13}$ y operando como se ha dicho se hallara q̃ le pertenece al 3.º (por el 4.º) $23\frac{1}{13}$. y sumando las partidas se hallara la suma igual a los 100 pesos q̃ se avian de partir como se ve en la fig.ª sig.te

Se parten 100 pesos entre 3 de suerte q̃ toq̃ al 1.º la fraccion $\frac{1}{2}$ . . . . . . 26..100 :: 12..$x = 46\frac{2}{13}$.

Al 2.º el $\frac{1}{3}$ . . . . . . 26..100..8..$x = 30\frac{10}{13}$

Al 3.º el $\frac{1}{4}$ . . . . . . 26..100..6..$x = 23\frac{1}{13}$

$\frac{13}{13}$

100 $\frac{13}{13}$.

2. 8 6.

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$.

24.

12
8
6
26.

Suma de las fracciones $\frac{26}{24}$.

LIBRO 5.º

DE LAS potencias y Rayzes DE LOS numeros.

Singularmente de la composion, y resolucion de los numeros quadrados, y cubicos.

Capitulo 1.º

De la Sinthesis, o composion de las potencias.

Para la intelligencia de la obstraccion de las raizes, importa mucho el conocimiento de la formacion de la potencia; pues por los mismos productos, q. una raiz sube a qualquier potencia; por los mismos se deciende de la potencia a la raiz.

Definicion 1.ª

Numero quadrado, o potencia quadrada es el producto de los numeros iguales, o bien de la multiplicacion de uno por si mismo, como se multiplica 2x2 el producto 4 sera el quadrado, cuia raiz es 2; tambien si se multiplica axa sera el producto aa, o bien a^2 la potencia quadrada, cuia raiz es a.

Definicion 2.ª

Numero cubico, o potencia cubica es el q. se produce de la multiplicacion de tres numeros iguales; como si se multiplicara 2x2x2 sera el producto 8 el cubico, o potencia cubica, cuia raiz es 2: tambien

si se multiplica a por axa el producto aaa, o bien a^3. cuia raiz es a.

Definicion 3ª

Las potencias se producen de la multiplicacion de un numero por si mismo, una, o muchas veces. Estas potencias se llaman tambien dignidades, o potestades, y son infinitas, quantas son las veces, q̃ una cantidad se puede multiplicar por si misma, A la raiz se le da el nombre de potencia 1ª al quadrado de potencia 2ª el cubico de potencia 3ª como se ve en la figura sigte

Raiz	a	Potencia... 1ª...	...2	...3
	a^2	Potencia.... 2ª..	...4	...9.
	a^3	Potencia.... 3ª...	...8	...27
	a^4	Potencia.... 4ª...	...16	...81.
	a^5	Potencia.... 5ª...	...32	...243
	a^6	Potencia.... 6ª...	...64	...729
	a^7	Potencia.... 7ª...	...128	...2187
	a^8	Potencia.... 8ª...	...256	...6561.
	a^9.	Potencia.... 9ª...	...512	...19683
	a^{10}.	Potencia.... 10ª..	...1024	...59049

Scholio.

Los antiguos dieron diversos nombres a las Potencias, y son como se sigue.

Segun los Arabes	Segun Diafoanto, y Vieta
Raiz	Lado, o raiz . . . .
Quadrado	Quadrado . . . .
Cubo	Cubo . . . .
Quadrado Quadrado . . .	Quadrado, Quadrado . . . .
supersolido 1.º	Quadrado – cubo . . . . . .
Quadrado del cubo . .	Cubo – cubo.
supersolido 2.º	Quadrado. Quadrado – cubo
Quadrado de Quad.º . . .	Quadrado – cubo – cubo
Cubo de cubo	Cubo – cubo, – cubo
Quadrado de supersolido . . .	Quadrado Quad.º cubo – cubo
supersolido 3.º	Quadrado – cubo – cubo – cubo.

lado.
Plano
Solido
Plano – Plano.
Plano – Solido
Solido – Solido
Plano – plano – solido
Plano – solido – Solido
Solido – Solido – Solido
Plano – Plano – Solido – solido
Plano – Solido – Solido – solido.

Definicion 4.ª

Exponente de la potencia es el numero q̃ indica su lugar, o grado; o bien quantos factores iguales la producen; y asi el exponente de la potencia 1.ª es uno.

el de la 2.ª o el quadrado es 2, y el de la 3.ª o cubo es 3, el de la 4.ª o quebrado es 4.

Definicion 5.ª

Subir una cantidad a qualquier Potencia o multiplicarla por si misma, tantas veces como indica el exponente de la potencia a q. se quiere levantar; cubicar el num.º 2 es hallar el producto 8 que resulta de la multiplicacion 2x2x2: cubicar la cantidad ab es hallar el producto $a^3 b^3$. q. resulta de la multiplicacion de ab x ab x ab

Scholio

Si la raiz se multiplica por si misma, el producto sera la potencia 2.ª o quadrado; si la potencia 2.ª se multiplica por la raiz se tendra la potencia 3.ª o cubo; y si esta potencia 3.ª se multiplica por la raiz se tendra la potencia 4.ª quadrado quadrado. Exemplo: si se multiplica 2x2 se tendra la potencia 2.ª 4. y si se multiplica 4x2 se tendra la potencia 3.ª 8, y multiplicando 8x2. el producto 16 sera la potencia 4.ª y multiplicando 16x2 se tendra la potencia 5.ª 32 &c.ª

Proposicion 1.ª Problema.

levantar una cantidad a qualquiera potencia.

Explicacion

Si ha de subir a la potencia quadrada el numero 34.

Resolucion.

Para levantar a la potencia quadrada el numero 34. multipliquese por si mismo, y el producto 1156 sera el quadrado de 34.
Si este num. 34. se huviere de levantar a la potencia cubica, se multiplicara 34 x 34. y el producto 1156 sera la potencia quadrada, y multiplicando esta por 34. el producto 39304. sera la potencia 3.ª o cubo cuia raiz es 34.

En la cantidad literal incomplexa se hallan las potencias multiplicando 1.º los Coeficientes, y despues el exponente de cada letra por el exponente de la potencia q. se pide.

Exemplo: si la cantidad 3ab se quiere levantar a la potencia quadrada, multiplicando por si mismo el coeficiente 3. sera el producto 9. y multiplicando los exponentes de ab por el exponente de la potencia q. se pide q. es 2 sera el producto a^2. b^2. y todo el quadrado de 3ab sera $9a^2$. b^2.
Si se quiere levantar esta misma cantidad al grado 3.º o cubicarla, se buscara el coeficiente 3, y se multiplicaran las letras ab por el exponente de la potencia 3.ª 3. y sera el producto $27a^3b^3$ cubo de 3ab.

Si se quiere levantar a la 4ª potencia lo 1º se levantará el coeficiente 3 a esta potencia, y será su producto 81. y multiplicando los exponentes ab por el exponente de la potencia 4ª se tendrá el producto $81.a^4b^4$ potencia 4ª de 3ab o su quadrado quadrado.

Si se supone ab^2 como raiz, y se quiere levantar a la 2ª potencia, obrando como se ha dicho será su quebrado a^2b^4 si esta misma cantidad se quisiere levantar a la potencia 3ª obrando como antes se hallará que es a^3b^6 y la quarta potencia ab^2 es a^4b^8 el de la 5ª es a^5b^{10} &c.

Si la raiz fuere un complexo como a+b. se hallarán todas sus potencias por la continua multiplicacion por si misma; esto es multiplicando a+b×a+b el producto $a^2+2ab+b^2$ será la potencia 2ª o quadrado de a+b. y si esta potencia 2ª se buelve a multiplicar por a+b. el producto $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ es la potencia 3ª o cubo de a+b; todo lo qual se ve practicado como se sigue

$$\begin{array}{r} a+b \\ a+b \\ \hline a^2+ab+ab+b^2 \end{array}$$

Quadrado de a+b.. $a^2+2ab+b^2$

$$\begin{array}{r} a+b \\ \hline a^3+2a^2b+ab^2+a^2b+2ab^2+b^3 \end{array}$$

Cubo de a+b .. $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

Scholio 1°.

Para evitar la molestia q̃ resulta de la continua multiplicacion para levantar qualquiera cantidad complexa como a+b a todas sus potencias servirá este methodo breve, y claro por el qual se levantara qualquiera cantidad complexa a la potencia q̃ se quisiere; para lo qual se ha de advertir q̃ los terminos de qualquiera potencia de una cantidad complexa como a+b. son tantos como el exponente de la potencia q̃ se pide mas uno; y assi supuesto q̃ la cantidad a+b se quiere subir a la 5.ª potencia; seran sus terminos 6, y assi se señalaran en linea recta 6 puntos $a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$ y se pondra sobre el 1° a^5, y sobre el ultimo b^5.

A.	a^5	4	3	2	1	B.
	1	2	3	4	63	

formese aparte una escala de 6 casillas como AB. y sobre la 1.ª casilla escrivase a^5 y los numeros 4, 3, 2, 1, executivamente escrivanse siempre las casillas siguientes: devajo de la ultima casilla escrivase b^5, y los numeros, 4, 3, 2, 1 se escriviran tambien consecutivamente dispuesta la escala de este modo, los numeros de la parte superior indican los exponentes de la

letra a en cada termino; los de la parte inferior indican los exponentes de la letra b en los mismos, con lo qual se podran colocar sobre los puntos todos los terminos sin coeficientes como se ve en la figura. 1.

Para hallar los coeficientes se ha de notar q. el del 2º. term.º es igual al exponente de la potencia q. en este exemplo es 5, y para hallar el coeficiente del 3 se multiplicara el coeficiente del 2º. term.º 5. por el exponente de la letra a, q. es 4. y el producto 20 se partira por el num.º de terminos q. antecede q. son 2. y al quociente 10 sera coeficiente del 3º. termino para el del 4º. se multiplicara 10 coeficiente del 3º. por 3 exponente de la letra a, y el producto 30 se partira por 3. (q. es el num.º de term.º antecedente) y sale al Quot.e 10. coeficiente del 4º. termino. y multiplicando 10 coeficiente de este termino por 2 exponente de la letra a, y partiendo el producto 20 por 4: sera el Quot.e 5. coeficiente de 5 termino, y poniendo el signo de + en todos los terminos se tendra la potencia 5ª. de a + b como se sigue.

$a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$

De este modo se levantara qualquiera cantidad complexa a la potencia q. se quisiere; como la 7ª 8ª 9ª 1ª observando las re

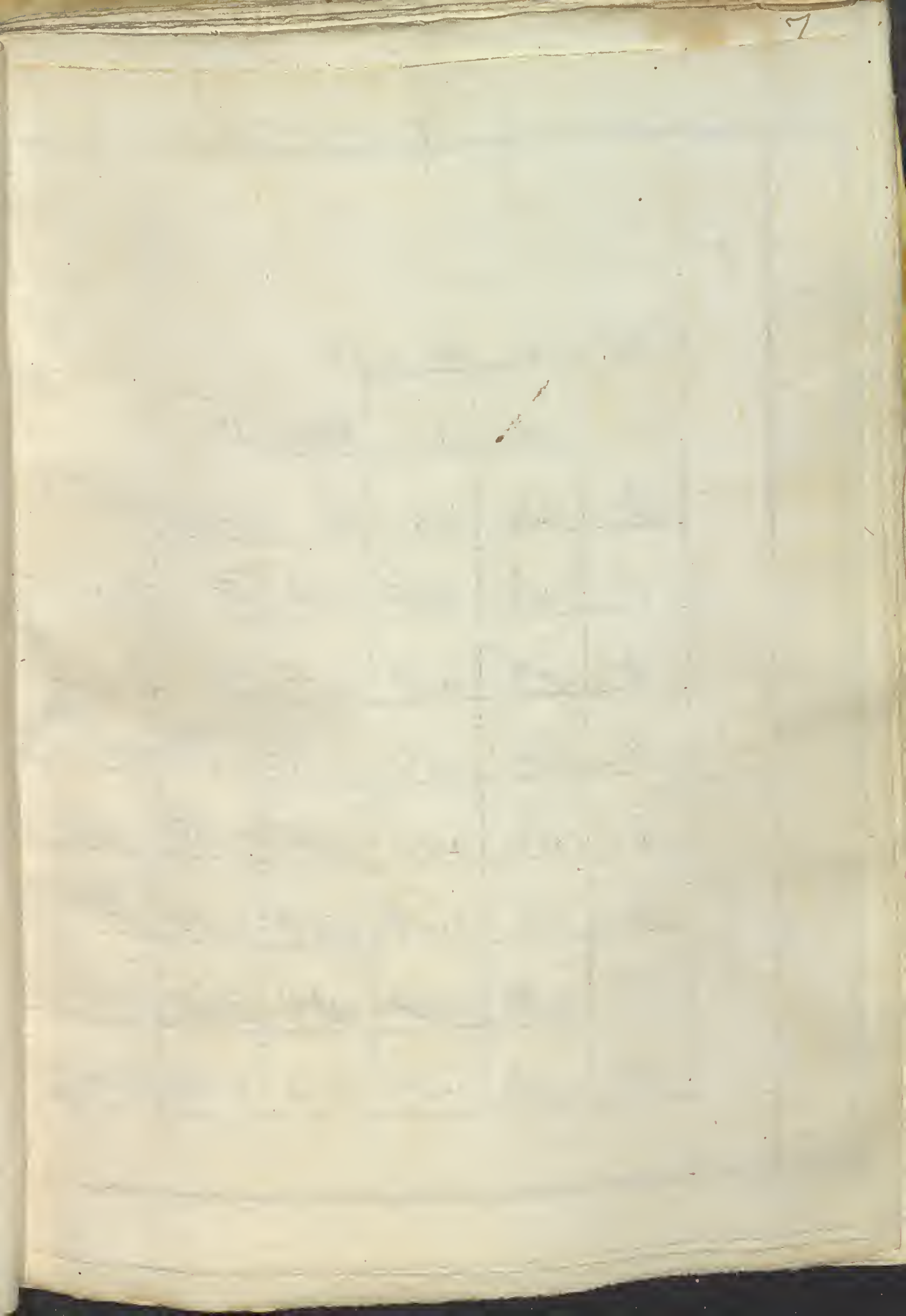
glas precedentes; y sabiendo hallar todas las potencias de la cantidad complexa $a+b$, o bien por la continua multiplicacion, o por la escala, q. se ha dado se podra formar la tabla Sinthetica, Analitica, la qual es de grande utilidad, pues sirve de formulario para la extraccion de qualquier raiz; porq. en ellas se encuentran todos los productos de q. se compone cada potencia, quando la raiz esta dividida en dos partes, como a, y b.

Scholio 2°

Supuesto q. la 1ª parte de la raiz es a, y la 2ª b se hallara en la tabla Sinthetica Analitica q. la potencia 2ª de $a+b$ es $a^2+2ab+b^2$, y quiere decir esta expresion q. el quadrado de toda la raiz $a+b$ se compone del quadrado de la 1ª parte q. es a^2 mas el quadrado de la 2ª q. es b^2 mas de dos rectangulos, o producto hechos de la 1ª parte a, en la 2ª b. o bien del producto del duplo de la 1ª multiplicada por la 2ª q. esta en $2ab$.

Exemplo.

Sea el num.° $34=a+b$ esto es $30=a$, $4=b$. luego sera $30+4=a+b$ y multiplicando todo por $30+4$ $a+b$ sera el producto $900+240+16=a^2+2ab+b^2$ esto es 900 el quadrado



a	b	Potencia 1.ª				
a^2	$2ab$	b^2	Potencia 2.ª			
a^3	$3a^2b$	$3ab^2$	b^3	Potencia 3.ª		
a^4	$4a^3b$	$6a^2b^2$	$4ab^3$	b^4	Potencia	
a^5	$5a^4b$	$10.a^3b^2$	$10.a^2b^3$	$5ab^4$	b^5	
a^6	$6a^5b$	$15a^4b^2$	$20a^3b^3$	$15a^2b^4$	$6ab^5$	
a^7	$7a^6b$	$21a^5b^2$	$35a^4b^3$	$35a^3b^4$	$21a^2b^5$	
a^8	$8a^7b$	$28a^6b^2$	$56a^5b^3$	$70a^4b^4$	$56a^3b^5$	
a^9	$9a^8b$	$36a^7b^2$	$84a^6b^3$	$126a^5b^4$	$126a^4b^5$	
a^{10}	$10.a^9b$	$45a^8b^2$	$120a^7b^3$	$210a^6b^4$	$252a^5b^5$	

…cia 5ª						
	Potencia 6ª					
…6	b^7	Potencia 7ª				
…$^2b^6$	$8ab^7$	b^8	Potencia 8ª			
…$^3b^6$	$36a^2b^7$	$9ab^8$	b^9	Potencia 9ª		
…$^4b^6$	$120.a^3b^7$	$45a^2b^8$	$10.ab^9$	b^{10}	Potencia 10ª	

el quadrado de 30 = a; 240 duplo rectangulo de 30 multiplicado por 4 igual 2ab, y 16 = b^2 quadrado de 4 = b y sumando los 3 productos se hallara q. la suma es 1156 q. es lo mismo q. si se quadra el num. 34.

$$30 + 4 = a + b.$$
$$30 + 4 = a + b.$$
$$900 + 120 = a^2 + ab.$$
$$120 + 16 = ab + b^2$$
$$900 + 240 + 16 = a^2 + 2ab + b^2$$

Scholio 3º

Registrando la tabla sinthetica Analitica se hallara q. los productos q. componen la 3ª potencia de a+b son $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ quiere decir esta exprecion q. si la raiz esta dividida en dos partes como ab; el cubo, o ~~dig~~ 3ª potencia de la toda a+b se compone de los productos siguientes.

a^3 cubo de la 1ª parte de la raiz $3a^2b$ el triplo del quadrado de la 1ª parte a multiplicado por la 2ª b. $3ab^2$ del triplo de la 1ª parte a multiplicado por el quadrado de la 2ª parte b.

b^3 cubo de la 3ª parte b.

Exemplo en numeros

Sea el num. 34. dividido en dos partes, sea la 1ª 30, y la 2ª 4. se tendra 30 + 4 = a + b

y multiplicando 30 x 30 sera el producto 900.
y multiplicando este producto otra vez
por 30 se tendra 27000 $= a^3$. el cubo de 30.

Quadrese el num.º 30 y se tendra 900 y
multiplicado por 3 dara el producto 2700
y multiplicando este por 4. se tendra el
producto 10800 $= 3a^2b$.

Multipliquese 4 x 4. y el producto 16 se
buelbe a multiplicar por 4. y se tendra 64.
$= b^3$. y la suma de todos los productos.
es $27000 + 10800 + 1440 + 64. + a^3. + 3a^2b + 3ab^2. +$
y sumando los productos parciales se tendra el total 39304. q. es el cubo de 34.
A este modo se hallaran los productos de
que se compone qualquier potencia.

	$30 + 4 = a + b.$
	$30 + 4 = a + b.$
27000	
10800	$900 + 120 = a + ab$
1440	$+ 120 = 16 \quad ab + b^2.$
64.	
39304.	$900 + 240 + 16 = a^2 + 2ab + b^2$
	$30 + 4 = a + b.$

$$27000 + 7200 + 480 = a^3. + 2ab + ab^2.$$
$$+ 3600 + 960 + 64. = a^2b + 2ab^2. + b^3.$$

$$27000 + 10800 + 1440 + 64. = a^3. + 3a^2b + 3ab^2 + b$$

De suerte q. el 1.º producto 27000 es el cubo de 30 $= a$ el 2.º producto es 10800 el tri-

plo del quadrado de la 1ª letra a multiplicado por la 2ª b; el 3º es 1490 q̃ es el triplo de la 1ª letra a multiplicado por el quadrado de b, y el 4º producto es 64 cubo de la 2ª letra b; y sumando los productos parciales se tendra 39304. q̃ es lo mismo q̃ si se huviere cubicado el numº 34.

Scholio 4º

En qualquiera potencia los termº extremos estan levantados a la misma potencia; y asi en la potencia 2ª los terminos extremos son a^2 y b^2 en la 3ª los terminos extremos son a^3 y b^3 &ª,

Scholio 5º

Los termº intermedios en qualquiera potencia son los productos de las potencias de a por las potencias de b; y la suma de los exponentes en cada termino es siempre igual a la de la misma potencia.

Exemplo.

En la potencia 4ª los terminos intermedios son $4a^3b$, $6a^2b^2$ $4ab^3$; y la suma de sus exponentes en cada termino es 4 igual a la de la potencia 4ª

Scholio 6º

Si a todos los terminos de qualquiera potencia se le quitan los coeficientes, quedaran continuos proporcles en la razon de a a b.

Exemplo: los terminos de la potencia 3.ª sin Coeficientes son a^3, a^2b, ab^2 y son continuos proporcionales esto $a^3 .. a^2b :: a^2b .. ab^2$ porque tambien el producto de los extremos $a^4 b^2$ es igual $a^4 b^2$ producto de los medios consta del Lemma 1.º Assimismo $a^3 .. a^2b .. a .. b$ producto de los extremos $a^3b = a^3b$ producto de los medios. tambien $a^2b .. ab^2 :: a .. b$ porque el producto de los extremos $a^2b^2 = a^2b^2$ producto de los medios. Assi mismo $ab^2 .. ab^3 .. a ... b$ porque el producto de los extremos $ab^3 = ab^3$ producto de los medios: luego los term.s a^3, a^2b, ab^2, b^3 son continuos proporcionales en la razon de $a .. b$. Para indicar que las cantidades son en continua proporcion se antepone este signo ∺ y assi para expressar que los terminos de la 3.ª potencia, o de otra qualquiera son continuos proporcionales se indicara de este modo. ∺ a^3, a^2b, ab^2, b^3

Corolario.

De lo dicho se infiere que entre dos quadrados hay un medio Geometrico proporcional, que es ab; entre dos cubos como a^3 y b^3 hay dos medios Geometricos proporcionales que son a^2b, y ab^2 &.

Scholio 7.º

La suma de todos los Coeficientes de los terminos de todas las potencias son tambien continuos proporcionales ∺ 2, 4, 8, 16, 32 &c.

Potencia	Coeficientes.	Suma.
Potencia 1.ª...	...1 + 1............	...2
Potencia 2.ª...	...1 + 2 + 1............	..4
Potencia 3.ª...	...1 + 3 + 3 + 1.........	...8
Potencia 4.ª.....	..1 + 4 + 6 + 4. + 1........	16
Potencia..5.ª...	1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1.	.....32.

Los coeficientes de todas las potestades se hallaran sumando del modo siguiente.

Coeficientes

Potencia 1.ª..........	1 + 1.
Potencia..2.ª...........	1 + 2 + 1
Potencia...3.ª..................	1 + 3 + 3 + 1
Potencia....4.ª..................	1 + 4 + 6 + 4 + 1.
Potencia....5.ª..................	1 + 5 + 10 + 10 +

Coeficientes

Potencia 1.ª.....	1 + 1.
Potencia..2.ª.......	1 + 2 + 1
Potencia...3.ª.......	1 + 3 + 3 + 1.
Potencia...4.ª.......	1 + 4 + 6 + 4 + 1.
Potencia...5.ª.......	1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1.
Potencia..6.ª......	1 + 6 + 15 + 20 + 15 + 6 + 1.

Por esta operacion se ve quan facil es hallar los coeficientes, y terminos de qualquier potencia.

sin tener la molestia de la continua multiplicacion de $a+b$

Proposicion 2ª Theorema.

Si a un quebrado se le añade el duplo de la raiz mas la unidad; se tendra el quadrado proximo maior, cuias raizes se van excediendo sucesivamente en la unidad.

Demostracion.

Sea la raiz a, a la qual añadiendo la unidad se tendra $a+1$ y su quadrado es a^2+2a+1.

$$\begin{array}{l} a+1 \\ a+1 \\ \hline a^2+a+a+1 \end{array}$$

Suma... a^2+2a+1.

En numeros.

Sea la raiz 3 y su quebrado sera 9. al qual añadiendo 6 duplo de la raiz sera la suma 15 y añadiendo a esta la unidad se tendra 16, quadrado proximo maior cuia raiz quadrada es 4, si a este quadrado 16 se le añade el duplo de su raiz 8 se tendra 24. y añadiendo la unidad sera la suma 25 quadrado proximo maior cuia raiz es 5. &c.

Proposicion 3ª Theorema.

Si a un numero cubico se le añade el triplo del quadrado de la raiz; mas el triplo de la misma raiz; mas la unidad; se tendra el cubo proximo mayor.

Demostracion.

Sea la raiz a, a la qual añadiendo la unidad se tendra $a+1$ y su cubo sera a^3+3a^2+3a+1 q. es cubo proximo mayor.

$$\begin{array}{l} a+1 \\ a+1 \\ \hline a^2+a+a+1. \\ \text{Esto es } a^2+2a+1 \\ a+1. \\ \hline 3a+2a^2+a+a^2+2a+1. \\ \text{Esto es} \ldots\ldots a^3+3a^2+3a+1. \end{array}$$

Exemplo en numeros.

Sea 8 el numero cubico cuia raiz cubica es 2. y su quadrado 4, y el triplo deste quadrado es 12 q. añadido al cubo de 8 sera la suma 20, a la qual añadiendo el triplo de la raiz q. es 6 se tendra 26 q. agregando la unidad sera la suma 27 q. es cubo proximo mayor cuia raiz es 3.

Obrando de este modo se podra formar una progresion de numeros cubicos, que se vaian excediendo sus raizes en la unidad.

Proposicion 4.ª Theorema.

Los quadrados estan en razon duplicada de sus raizes; y los cubos en triplicada de las mismas.

Demostracion.

La razon de los quadrados $a^2. b^2$ es compuesta de las dos razones iguales $a..b..a..b$ (consta de la defi. 12 del lib.º 5º de Euc.) luego es duplicada de qualquiera dellas, y la de los quadrados $a^2. b^2$ es duplicada de sus raizes a, y b.

Tambien la razon de los cubos $a^3 .. b^3$. es compuesta de las tres razones iguales a..b, a..b, a..b; luego es triplicada de qualquiera de ellas, y por consiguiente los cubos a^3 y b^3. estan en razon triplicada de sus raizes a, y b.

Exemplo en numeros.

La razon de 16. 9 es compuesta de las dos razones iguales 4..3..4..3. luego es duplicada de qualquiera de ellas; y asi los quadrados 16, y 9 son en razon duplicada de sus raizes 4, y 3.

Tambien la razon de 64..27 es compuesta de las 3 razones iguales 4..3..4..3..4..3; luego es triplicada de qualquiera de ellas, y los cubos 64, y 27. estan en razon triplicada de sus raizes 4, y 3, todo consta de dicha defin.

Proposicion 9.ª Theorema

Si las raizes son proporcionales, tambien lo seran las potencias del mismo grado

Demostracion.

Sean las raizes proporles. . . . . 8..4..6..3.

y si se multiplican por las mismas . . . . 8..4..6..3

tambien seran proporles los productos . . . . . 64..16..36..9.

Lo mismo se verifica de los cubos, y demas potencias

Capitulo 2º.

DE LA ANALISIS, O RESOLUCION DE LAS POTENCIAS: esto es de la extracc.n de raizes.

Definicion 6.ª

Sacar la raiz de qualquiera cantidad o potencia es hallar el num.º q la produxo por su continua multiplicacion; y assi sacar la raiz cubica del num.º 8 es buscar el num.º 2 q por su multiplicacion produxo el cubo 8.

Scholio.

Para facilitar las operaciones en la extraccion de raizes, se deve tener mui presentes, o de memoria las potencias, de los num.s digitos, singularmente de los quadrados, y cubos, q se contienen en la siguiente tabla.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Raizes
1	4	9	16	25	36	49.	64.	81	100	Quadrados
1	8	27	64.	125	216	343.	512	729.	1000.	Cubos

Tambien se han de tener presentes los formularios de las potencias de la tabla Sinthetica Analitica a lo menos de la 2.ª y 3.ª potencia que son como se sigue.

$a^2 + 2ab + b^2$ Quadrado de $a+b$
$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ cubo de $a+b$.

Proposicion 6ª. Problema.

Sacar la raiz quadrada de qualquiera cantidad incomplexa literal.

Resolucion

Lo 1º. se sacara la raiz del Coeficiente
Lo 2º. escrivase cada letra con la mitad de su exponente.

Exemplo 1º.

Pidese la raiz quadrada de incomplexo literal $4a^6$ sacando la raiz quadrada del coeficiente 4 se tiene 2. y porq el exponente es 6 sera su mitad 3. luego la raiz quadrada es $2a^3$.

Exemplo 2º.

Pidese la raiz quadrada del incomplexo a^2b^8 porq el coeficiente es la unidad, bastara escrivir cada letra con la mitad de sus exponentes, y sera la raiz quadrada ab^4

Scholio.

Si el coeficiente no fuere num. quadrado o no tubiere raiz justa; o alguno de los exponentes no tubiere mitad, se indicara la raiz poniendo delante de la cantidad el signo radical $\sqrt{}$, y asi de las cantidades

$5a^2$, $4a^3$, a^2b, serà la raiz $\sqrt{5a^2}$. $\sqrt{4a^3}$, $\sqrt{a^2b}$, y quiere decir raiz quadrada de $5a^2$. raiz de $4a^3$. raiz de a^2b.

Proposicion 1.ª Theorema.

Sacar la raiz quadrada de qualquier complexo literal

Sea el complexo literal de quien se ha de sacar la raiz quadrada $a^2 + 2ab + b^2$.

$$a^2 + 2ab + b^2 \quad a + b.$$

$$\text{Residuo 1.º} \; a^2 . \; 0 + 2ab + b^2 \quad 2a.$$

$$2ab + b^2 \quad + b.$$

Resolucion.

Lo 1.º saquese la raiz quadrada del 1.º term. q. es a^2. y se tendra a q. se escrivira aparte; quadrese esta raiz hallada, y serà a^2. y restando este quadrado del 1.º term. serà el resto igual a cero; baxese $2ab + b^2$ q. serà el residuo 1.º

Lo 2.º doblese la raiz hallada, y se tendra $2a$ por Divisor; partase $2ab$ por $2a$, y se tendra el D.te $+b$ q. es la 2.ª parte de la raiz, y se escrivira con la 1.ª q. se hallo; multipliquese $2a \times b$, y serà el producto $2ab$ añadidasele el quadrado de b q. es b^2. y se tendra el subtrahendo $2ab + b^2$. q. restado del residuo 1.º serà el residuo 2.º igual a cero, y se dira q. la raiz quadrada de $a^2 + 2ab + b^2$ es $a + b$.

Proposicion 8.ª Problema.

Sacar la raiz quadrada de qualquier num.º

Resolucion.

Lo 1.º, porq.e el exponente del quadrado es 2. se dividiran las notas del num.º dado de dos en dos, y tendra la raiz tantas notas, casillas, o divisiones, como el num.º dado de dos en dos.

Lo 2.º de la casilla de la izquierda se sacara la raiz quadrada, y si no la tubiere perfecta se tomara su proxima menor raiz, y su quadrado se restara del num.º de dicha casilla, escriviendo aparte la raiz hallada, y bajando el num.º de la division 2.ª, se tendra el residuo 1.º

Lo 3.º doblese la raiz hallada ala qual añadiendo un cero, se tendra el Divisor, por el qual partiendo el residuo 1.º, el Quo.te sera la 2.ª parte de la raiz, q.e se escrivira con la 1.ª

Lo 4.º multipliquese el Quo.te, o la 2.ª parte de la raiz por el Divisor, y añadiendo el producto el quadrado de la 2.ª parte, se restara esta suma del residuo 1.º, y se tendra el residuo 2.º

Exemplo 1.º

	11. 56	34
	9	
Residuo 1.º . . .	256	60 Divisor
	240	4
	16	
Residuo 2.º	256	
Residuo 2.º	000	

Sea el numero de quien se ha de sacar la raiz quadrada 1156.

Resolucion.

Dividase de dos en dos el numerado, y se tendran dos divisiones, y sacando la raiz quadrada proxima menor de la division de la yzquierda 11 se hallara q. es 3, q. se escrivira aparte, y restando su quadrado de 11 sera la diferencia 2; bajese el num.º 56 de la 2.ª casilla, y se tendra el residuo 1.º 256; doblese la raiz hallada 3, y se tendra 6 al qual añadiendo un cero sera 60 el divisor; y partiendo 256 por 60 saldra al quo.te 4. q. es la 2.ª parte de la raiz, q. se escrivira con la 1.ª 3. multipliquese 4x60, y sera el producto 240 al qual añadase el quadrado de la 2.ª parte 4 q. es 16; y sumando estas dos cantidades, se tendra 256, q. restado del residuo 1.º sera el resto cero q. es el residuo 2.º y se dira q. la raiz quadrada de 1156 es 34.

La razon de esta practica es porq. si del numero 1156 se resta el quadrado $a^2 = 9$ centenas, quedara la diferencia $256 = 2ab + b^2$: esto es igual al duplo producto, o rectangulo de las partes de la raiz; mas el quadrado de la 2.ª parte. Esta practica corresponde al formulario $a^2 + 2ab + b^2$.

Porq. tres decenas, o 30 unidades es la 1.ª parte de la raiz, q. es lo mismo q. a, y su quadrado

900 = a^2; tambien 240 es igual a 2ab, q es el duplo producto de la 1.ª parte 30, en la 2.ª parte 4; y 16 = b^2 es el quadrado de la 2.ª parte 4, y la suma de todos los productos 1156 = $a^2 + 2ab + b^2$

Quando las casillas fueren mas q dos se prosigue la operacion bajando las notas de la division siguiente q sera el residuo 2.º y doblando toda la raiz hallada como una, se le añadira el cero, y se tendra el Divisor para la 3.ª parte de la raiz.

Si el Quo.te fuere cero se pondra en la raiz, y se bajaran las notas de la casilla siguiente todo lo qual se ve practicado en el pnte exemplo.

Exemplo 2.º

Sacar la raiz quadrada del num. 1163'21'9236

Resolucion.

1163219236 | 34106. raiz
Residuo 1.º 263 | 60 Divisor.
240 | 4
16
256.
Residuo 2.º . 00721.
680
~~residuo 3.º y 4.º~~ 681
Residuo 3.º y 4.º . 0409236 | 68200 Divisor
6.

Sigue la operacion 409200
36
409236
000000.

Dividida las notas de dos en dos se tendran 5.º divisiones saquese la raiz quadrada de 11

q. es 3 la q. se escrivira aparte, y su quadrado 9 restado de 11 sera la diferencia 2: baxense las notas de la division siguiente 63, y sera el resid.° 1.° 263, y doblando la raiz hallada 3., y añadiendole el cero se tendra el Divisor 60; partase 263. por 60 y el Quot.e 4 sera la 2.a nota de la raiz q. se escrivira con la 2.a multipliquese 4x60, y al producto 240 añadase al quadrado de 4. q. es 16, y la suma 256 restada del residuo 1.° 263 quedara la diferencia 7, y bajando las cifras de la 3.a casilla q. son 21. sera el resid.° 2.° 721:

Doblese 34. y añadase un cero, y se tendra por Divisor 680; partase 721 por 680 y sera el Quot.e 1.° tercera nota de la raiz, q. se juntara con las demas; multipliquese el Quot.e 1x680, y al producto 680 añadase el quadrado de 1, y restando la suma 681 del residuo 2.° 721. sera la diferencia 40; baxense las Zifras de la quarta division q. son 92, y doblando la raiz 341. se tendra 682. al qual añadiendo al cero sera el Divisor 6820; y porq. el Dividendo 4092. es menor q. el Divisor se pondra en la raiz cero, y bajando la ultima casilla 36 seran los residuos 3.° y 4.° esto es 409236; doblese la raiz 3410, y se tendra 6820, y añadiendo el cero, se tendra por divisor 68200; partase el 3.° y 4.° residuo 409236 por el divisor 68200; y el Quot.e 6 se pondra con las demas raizes; mul-

multipliquese 6×68200, y al producto 409200 añadase el quadrado de 6, q. es 36, y la suma 409236 restada de los residuos 3.º y 4.º dara el residuo 5.º ygual cero, y se conclure que la raiz quadrada de 1163249236 es 34106.

Scholio 1.º

De otros diversos modos se puede sacar la Raiz quadrada de qualquiera cantidad, con maior brebedad pero este es el mas claro para los Principiantes, y menos expuesto a error.

Scholio 2.º

Si concluida la operacion sobrare alguna cossa, se hara una fraccion, poniendo por numerador el residuo, y el denom.r sera el duplo de la raiz mas la unidad.

Exemplo.

	629	25	$\frac{4}{51}$
	4		
Residuo 1.º..	229.		
	200.	40	
	25.	5.	
	225.		
Residuo 2.º....	4.		

Sacando la raiz quadrada del num.º 629 se hallo q. su raiz es 25, y sobran 4, y doblando 25, y al duplo añadiendo la unidad se tendra 51. q. es el Denom.r de una fraccion cuio num.r es 4. y se dira q. la raiz quadrada del num.º dado

ó 25 y 9
5t.

Scholio 3º

En qualquiera operacion de la raiz quadrada, se ha de observar q̃ no sobre el duplo de la raiz mas la unidad, porq̃ si esto sucediere el Quot.e pequeño, y se caveá mas.

Scholio 4º

La prueba de esta regla es q̃ si quadrando la raiz quadrada, y al producto añadiendo lo q̃ sobrare, se dirá q̃ la operacion esta bien hecha.

Proposicion 9ª Problema.

Sacar la raiz cubica del num.º 13.824. | 24

8

Residuo 1º. 5824.

5824.

Residuo 2º. 0000.

Coeficientes	1ª parte	Divisiones	2ª parte	Restadores
3.	a^2 = 400	$3a^2$ = 1200	b = 4	$3a^2b$ = 4800
3.	a = 20	$3a$ = 60	b^2 = 16	$3ab^2$ = 960.
	~~1260~~	~~b^3~~ = ~~64~~ 1260	b^3 = 64.	b^3 = 64.
				5824.

Resolucion.

Lo 1º. porq̃ el exponente de la potencia cubica es 3 se dividiran las notas del num.º dado de tres en tres empezando de la derecha; y porq̃ las divisiones son dos seran

tambien dos las operaciones q͠ se avran de ha
cer.
Lo 2º. saquese la raiz cubica de la 1ª. casilla
de la yzquierda 13, y se hallara q͠ la proxima
menor es 2. cuio cubo 8 restado de 13. dara
la diferencia 5, y bajando las notas de la
casilla sigte 824 se tendra el residuo 1º.
5824.
Lo 3º para hallar la 2ª. raiz se forma
ran aparte cinco clases, en la 1ª. los coefi
cientes de los terminos intermedios de la
potencia 3ª. q͠ son 3, y 3 en la parte infe
rior de la 2ª. clase se pondra la raiz ha
llada q͠ es $a = 2$ decenas $= 20$; en la su
perior de la misma clase se pondra el qua
drado de la raiz hallada, q͠ es $a^2 = 400$.
Para la 3ª. clase se multiplicara la 1ª. por
la 2ª. esto es $3 \times a^2$. o bien 400×3. y se ten
dra el producto $3a^2 = 1200$; multipliquen
se tambien $3 \times a$ o bien 20×3 y sera el
producto $3a = 60$; y estos dos productos
se colocaran en la clase de los divisores, y se
ra la suma de los dos 1260; partase 5824.
por 1260, y sera el quote 4 la 2ª. parte de
la raiz q͠ es lo mismo q͠ b la qual se escrivi
ra con la 1ª. 2 pongase en la 4ª. clase, la
2ª. parte de la raiz $b = 4$ y descendiendo
sus potestades de la 3ª. potencia esto es $b^2 = 16$
q͠ es el quadrado de 4; b^3 igual 64 cubo de 4.

4; multipliquense los terminos de la 3.ª clase por los de la 4.ª y los productos compondran la 5.ª clase esto es multiplicando $3a^2 \times b$ o bien 1200×4 se tendra $3a^2b =$ $= 1800$, y multiplicando $3a \times b^2$ o bien 60×16 sera el producto $3ab^2 = 960$, y porq b^3 o bien 64. se halla solo se escrivira tambien en la 5.ª clase esto es $b^3 = 64$. con lo qual se tendran los restadores parciales cuia suma componen 5824, q restado del residuo 1.º dara el 2.º cero y se dira q la raiz cubica del num.º 13824. es 24.

Esta operacion combiene con el formulario de la 3.ª potencia $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ esto es q el cubo de la 1.ª parte de la raiz es lo mismo q a^3 y la suma de los restadores $5824 = 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ como se ve claro en la 5.ª clase.

Si la raiz tubiere mas de dos notas se hara la 3.ª operacion del mismo modo q la 2.ª formandola 5.ª clase, y añadiendo a toda la raiz hallada un cero q sera lo mismo q a, y en todo lo demas se operara como se ha practicado en el exemplo antecte.

Exemplo.

Pidese la raiz cubica del num.º 80621568

80. 621. 568 | 432

64.

Residuo 1.º ... 16621. | 4920

15507 3

Residuo 2... 1114568
1114568

Residuo 3º...0000000.

555990.
2.

Coef.s	1ª parte	Divisores	2ª parte	Restadores
3....	a^2 = 1600	$3a^2$ = 4800	b = 3.	$3a^2b$ = 14400
3....	a = 40	$3a$ = 120.	b^2 = 9	$3ab^2$ = 1080
		4920	b^3 = 27	b^3 = 27.

Coef.s	1ª parte	Divisores	2 parte	Restadores
3....	a^2 = 184900	$3a^2$ = 554700	b = 2.	$3a^2b$ = 1109400
3....	a = 430	$3a$ = 1290	b^2 = 4.	$3ab^2$ = 5160.
		555990	b^3 = 8.	b^3 = 8.
				1114568

Hecha la division de tres en tres notas se tendran 3 casillas; y por consiguiente seran tres las operaciones q se avran de hacer; saquese la raiz cubica de 80 y se hallara su proxima menor 4. q se pondra aparte, y cubando la raiz hallada 4. se tendra su cubo 64. q restado de 80 sera la diferencia 16; baxense las notas de las casillas siguientes 621. y se tendra el residuo 1º 16621. Formense aparte las cinco casillas, poniendo en la 1ª los coeficientes de los termin.s intermedios de la potencia cubica, q son 3, y 3. para la 2ª se añadira el num.º 4. un cero

y se tendra $40 = a$ q̃ se pondra en la parte inferior de dicha clase, y en la superior el quadrado de 40, y se tendra $a^2 = 1600$.
Para la 3ª clase multipliquese $3 \times a^2$ o bien 1600×3, y el producto $3a^2 = 4800$ se pondra en la parte superior de dicha clase, y multiplicando $a \times 3$ o bien 40×3, se tendra $3a = 120$ q̃ se pondra en la parte inferior y sumando estos dos productos sera el divisor 4920 por el qual partiendo el residuo 1º 16627 viene al quo.te $3 = b$ 2ª parte de la raiz; para la 4ª clase se pondra en la parte superior $b = 3$. y descendiendo se pondran sus potestades $b^2 = 9$, $b^3 = 27$.
Para la 5ª se multiplicara la 3ª por la 4ª esto es $3a^2 \times b$ o bien 4800×3. y el producto $3a^2b = 14400$ se colocara en la parte superior de dicha clase, y $3a \times b^2$ o bien 120×9. y se tendra el producto $3ab^2 = 1080$ se colocara en la misma clase como tambien $b^3 = 27$. con lo qual se t[illegible] tendran los restadores de la ultima clase cuia suma 15507 quitada del residuo 1º dara la difer.a 1114. y bajando las notas de la division siguiente 568 se tendra el residuo 2º 1114568.
Para la 3ª operacion se tomara la raiz hallada 43 como una a la qual añadiendo un cero sera $430 = a$, y formando las

la 5 clases como antes se hallara la suma delos
divisores $3a^2 + 3a = 55599$. por el qual parti-
endo el residuo 2º. vendra al Quo.te $= b$: lue
go la 4 clase se pondra de la partida siguien-
ente $b = 2$, $b^2 = 4$, $b^3 = 8$, y la 5ª. sera $3a^2b =$
$= 1109400$, $3ab^2 = 5160$, $b^3 = 8$, cuia suma 1114568
quitada del residuo 2º. dara el residuo 3º. ygual
al cero, y se concluie q la raiz cubica del num.º
80621568 es 432.

Scholio 1º.

Si haciendo la particion se hallare q viene al Quo.te
cero, esto es q el dividendo fuere menor q el di-
visor se pondra en la raiz cero, y se baxaran las
nota de la casilla siguiente.

Scholio 2º.

Si la suma de los restadores fuere maior q el re-
siduo de quien se huviere de restar el Quo.te de
la 2ª. parte de la raiz b se hara menor; y de
rando los numeros de las clases antecedentes,
solo se avra de corregir la de la 4ª. y 5ª.
clase.

Scholio 3º.

Si concluida la ultima operacion sobrare
algo se hara una fraccion, poniendo por num.º
lo q sobro, y por denominador el triplo del qua
drado de la raiz hallada, mas el triplo de la
misma raiz, mas la unidad.

Exemplo.

47.468 | 36 $\frac{812}{3997}$
27
Residuo 1º. 20468 | 2790
19656 | 6.
Residuo 3º. . 00812.

Coef.!	1.ª parte	Divisores	2ª parte	Restadores
3....	a^2 — 900	$3a^2$ — 2700	b — 6	$3a^2b$ = 16200
3....	a — 30.	$3a$ — 90.	b^2 — 36.	$3ab^2$ = 3240
		2790.	b^3 — 216	b^3 — 216.
				19656.

Sacando la raiz cubica del num.º 47468 se hallò 36, y sobraron 812. q.e es el num.º de una fraccion q. tiene por denom.º el triplo del quadrado de 36 q.e es 3888, mas el triplo de 36 q.e 108, mas la unidad cuia suma total es 3997, y asi se dira q. la raiz cubica del num.º propuesto es 36 y $\frac{812}{3997}$.

Scholio 4º.

En qualquiera operacion de sacar la raiz cubica de una cantidad no puede sobrar el triplo del quadrado de la raiz, mas el triplo de la misma raiz, mas la unidad, porq. si esto sucediere, se avra de hacer el Quo.te ma ior.

Scholio 5º.

La prueba de esta regla es subir a la potencia cubica la raiz hallada, y añadiendo lo q. sobro, si la suma fuere igual al num.º dado; es evidente q. la operacion es exacta.

Exemplo: aviendo sacado la raiz cubica del num.º 47468 se hallo q.e es 36, y sobro 812; su base el num.º 36 a la potencia 3.ª, y se tendra

46656, al qual añadiendo 812 q sobraron se tendra la suma 47468. q es igual al num. propuesto.

Scholio 6°

La raiz de qualquier potencia se indica algunas veces poniendo delante el signo radical, con el exponente de la potencia de este modo. $\sqrt[3]{}$ y asi la raiz cubica del num. 7 sera $\sqrt[3]{7}$ y a este modo se indica la raiz en las demas potencias.

Proposicion 10 Problema

Sacar la raiz quadrada — quadrada de qualquier num. y sea 279841. | 23. | 34480 | 3.

Residuo 1°. 16
. 119841.
119841

Residuo 2°. . . . . . . .000000.

Coef!	1.a parte	Divisores	2.a parte	Restadores
4. .	$a^3 = 8000$	$4a^3 = 32000$	$b = 3.$.	$4a^3b = 96000$
6. . .	$a^2 = 400$	$6a^2 = 2400.$	$b^2 = 9.$	$6a^2b^2 = 21600$
4. . .	$a = 20$	$4a = 80.$	$b^3 = 27.$	$4ab^3 = 2160$
		34480.	$b^4 = 81.$	$b^4 = 81.$
				119841.

Resolucion

Porq el exponente de la potencia quadrada — quadrada es 4. se dividiran las notas del numero dado de 4° en 4° empezando de la derecha, con lo qual se tendran dos divisiones, saquese la raiz quadrada, — quadrada, de la 1.a casilla de la yzquierda 27 y se

hallara q. es 2 q. se escrivira aparte, y levantan
do la raiz hallada 2 = a á la potencia 4.a
se tendra 16, q. restado de 27 sera la diferen
cia 11; bajense las notas de la casilla sigu.te
9841. y se tendra el residuo 1.o 119841.

Para la 2.a operacion se formaran aparte
las cinco clases atendiendo al formulario de
la 4.a potencia $a^4 + 4a^3.b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$.
y porq. los coeficientes de los terminos interme
dios son 4, 6, 4 se pondran estos en la 1.a cla
se; para la 2.a empezando de la parte infe
rior se pondra a, y siguiendo azia arriba
a^2, a^3. q. son las potestades a q. se halla levan
tada la letra a en los term.s intermedios
de la 4.a potencia, y añadiendo a la raiz
hallada 2 un cero se tendra $a = 20$; $a^2 = 400$
y $a^3 = 8000$.

Para la 3.a clase q. es la de los divisores se mul
tiplicara la 1.a clase por la 2.a con la qual
se hallara $4a^3 = 32000$, $6a^2 = 2400$; $4a = 80$
cuia suma componen 34480 igual $4a^3 + 6a^2$
$+ 4a$; y partiendo el residuo 1.o 119841 por
34480 viene al quo.te 3 = b. 2.a parte de la
raiz q. se colocara en la parte superior de
la 4.a clase, y descendiendo sus potestades
b^2, b^3, b^4, y siendo $b = 3$ sera $b^2 = 9$. $b^3 = 27$
y $b^4 = 81$. con lo qual se tendra dispuesta la
4.a clase

Para la 5.a se multiplicaran los term.s de la
3.a con los de la 4.a con lo qual se hallara $4a^3b$
$= 96000$; $6a^2b^2 = 21600$; $4ab^3 = 2160$, y b^4
$= 81$ q. son los restadores parciales cuia suma
119841 quitada del residuo 1.o dara el resi...

2 cero; y assi se dira q̃ la raiz quadrada quadrada del num. 279841 es 23.
A este modo se sacara facilmente la raiz de qualquiera potencia maior; como del 5º, 6º, 7º grado &c usando para cada uno del formulario, correspondiente en la tabla sinthetica analitica; si bien para la practica bastara tener presentes los coeficientes; pues con ellos se pueden formar las 5 clases.
Tambien se puede sacar por este methodo la raiz quadrada.

Scholio

Quando el exponente de la potencia se puede partir por 2, o por 3 se hallara tambien su raiz, sacando la raiz quadrada o cubica: Exemplo la potencia 4ª tiene el exponente $4 = 2 \times 2$: luego sacando la raiz quadrada de una cantidad quadquada — quadrada, y bolbiendo a sacar de esta raiz la raiz quadrada, se tendra la raiz quadrada — quadrada de la cantidad quadrada — quadrada, y assi sacando la raiz quadrada del num. 279841 se hallara q̃ su raiz es 529; y sacando la raiz quadrada de 529. se hallara q̃ es 23. q̃ es la raiz quadrada — quadrada del num. propuesto como antes.
La raiz del 6º grado se hallara, sacando la raiz quadrada, y de esta sacando la raiz cubica, y se tendra la raiz del 6º grado porq̃ $2 \times 3 = 6$.

La raiz del 9º grado se puede hallar sacando de la cantidad de la raiz cubica, y bolbiendo a sacar de esta raiz, otra vez la raiz cubica, se tendra la raiz del 9º grado porq ~~[illegible]~~ 3x3 = 9. y asi en adelante.

Proposicion 11. Problema.

Aproximar qualquier raiz irracional.

Quando el num. de quien se ha de sacar la raiz, quadrada, o cubica &. no es perfecto quadrado, o cubo & la raiz es irracional, y no se puede expresar con ningunos numeros, pero se puede aproximar al infinito, lo q sera del modo siguiente.

Resolucion.

Al ultimo residuo q se tiene despues de sacar la raiz de qualquier numero, añadase tantos ceros como unidades tiene el exponente de la potencia de quien se ha de sacar la raiz; esto es si en la potencia quadrada se añadiran al ultimo residuo 2 ceros, y si fuere cubica tres ceros, y la quadrada — quadrada quatro ceros &., y continuando la operacion como antes se hallara otra nota de raiz; y si se quisiere mas proxima se bolbera a añadir al ultimo residuo otros tantos ceros, y continuando la operacion se hallara otra nota de raiz, y asi se puede continu—

ar al infinito.

La 1.ª nota q resulta de esta operacion son partes decimas, esto es q esta nueba nota es numr. de una fraccion cuio numr. esto; despues de la 2.ª operacion se tienen dos notas por numerador, cuio denomr. es 100; las tres notas q resultan de la tercera operacion son millesimas, y las 4, 10 millesimas &.

Exemplo

```
            18.15     |42      6028
Residuo 1.º  16                ----
        ......215.   |80... Divisor   1000
            160.       2
              4
            ---
            164
Residuo 2.º ....5100   |840. Divisor.
            5040.        6.
              36
            ----
            5076.
Residuo 3.º .....2400  |8520. Divisor.
                          0
Residuo 4.º ...240000    |85200.. Divisor.
               170400.      2.
                    4.
               ------
               170404.
Residuo 5.º ...6959600   |852040.. Divisor.
               6816320.      8
                    64.
               -------
               6816384.
Residuo 6.º ...143216.
```

Sacando la raiz quadrada del num 1815

se hallo 24. y sobraron 51; añadase a este residuo dos ceros, y se tendra 5100, y partiendo esta cantidad por el duplo de la cantidad hallada 42, y añadiendo un cero, se tendra por divis.r 840, y vendra al Quot.e 6 q se pondra sobre una linea, y esta nota seran decimas partes; hecha la multiplicacion del Quot.te por el Divisor esto es 6x840, y al producto añadiendo el quadrado 36, se restara la suma 50.76 del residuo 2.o 5100 y se tendra el residuo 3.o q 4.o 24.

Si se quisiere aproximar mas esta raiz se añadiran dos ceros al residuo 24. y se tendra 2400 q se ha partir por el divisor 8520 q el duplo de la raiz 426 añadido el cero, y porq el dividendo es menor q el divisor se pondra en el Quot.te cero, y lo mismo sobre la linea, y seran las dos notas de la extraccion 60 centessimas partes, y añadiendo a los 2400 dos ceros se tendra por el residuo 4.o 240000. y continuando la operacion como antes saldra por raiz 2, y las 3 notas 602 son millessimas.

Queriendo aproximar mas la raiz se continuara la operacion añadiendo al residuo 6.o 69596 dos ceros cuio divisor sera 852040. y hecha la particion viene por raiz 8, y multiplicando el divisor por esta raiz, y añadiendo al producto el quadrado 64. se restara la suma 6816384. del residuo 5.o 6959600, y la diferencia sera 143216 q es el residuo 6.o y las quatro notas 6028 son el nu

mero de una fraccion cuio denomr. es la unidad con tantos ceros como notas tiene el numr. y assi se dira q la raiz quadrada proxima menor del numr. 1815 es 42. enteros y $\frac{6028}{10000}$ y la proxima maior es 42. y $\frac{6029}{10000}$

Proposicion 12 Problema.

Sacar qualquier raiz de un quebrado.

Resolucion.

Saquese la raiz del numr. y tambien del denomr. y la fraccion que resultare de estas dos extracciones sera la raiz del quadrado propuesto.

Exemplo $\frac{4}{9}$ $\frac{2}{3}$... raiz

Pidese la raiz quadrada del quebrado $\frac{4}{9}$. Saquese la raiz quadrada de 4 q es 2, y assi mismo saquese la raiz quadrada de 9 q es 3; y el quebrado $\frac{2}{3}$ es la raiz quadrada de $\frac{4}{9}$.

Si se pide la raiz cubica del quadrado $\frac{27}{64}$ q se sacara la raiz cubica del numr. 27. q es 3, y sacando tambien la del denomr. 64 q es 4 se tendra la fraccion $\frac{3}{4}$ q es la raiz cubica de $\frac{27}{64}$. y assi de qualquiera otra potencia.

Si se pide la raiz quadrada de un entero, y quebrado como 6 y $\frac{1}{4}$ se reduciran los enteros a la especie de su quebrado, y se tendra $\frac{25}{4}$ y sacando la raiz quadrada del numr.

25 que 5, y de el Denomr. 4 que 2 sera la fraccion $\frac{5}{2}$ o bien $2\frac{1}{2}$ la raiz quadrada de $6\frac{1}{4}$.

$6\frac{1}{4}$ sera $\frac{25}{4}$.

raiz quadrada $\frac{5}{2}$ — $2\frac{1}{2}$

Si el numr. o denomr. del quebrado de quien se huviere de sacar la raiz no tuviere raiz justa como $\frac{3}{4}$, y $\frac{9}{10}$ se indicara la raiz con el signo racional antepuesto a la fraccion como $\sqrt{\frac{3}{4}}$ $\sqrt{\frac{9}{10}}$ q quiere decir raiz quadrada o cuba, o de otra qualquiera potencia añadiendo al signo radical el expote. de la raiz q se ha sacar; esto es si fuere quadrada se pondra el signo radical con el expónte. de la potencia quadrada de este modo $\sqrt{}^2$ si fuere cubica con el exponente de la potencia cubica 3 como $\sqrt{}^3$ &c.

Libro 6.o
de las progresiones

Progresion es una serie de cantidades en q la 1.a a la 2.a tiene la misma razon q la 2.a a la 3.a, q la 3.a a la 4.a q la 4.a a la 5.a q la 5.a a la 6.a &c. Dividese la progresion en Arithmetica, y Geometria.

Capitulo 1.o
de la progresion Arithmetica.

Definicion 1ª

Progresion Arithmetica es una serie de cantidades crecientes, o decrecientes con igual exceso como 3, 7, 11, 15. &ª o bien 16, 13, 10, 7, 4, 1.

Exemplo.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,
3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19.
20, 17, 14, 11, 8, 5, 2.

El exceso o diferencia de un term. a otro se llama Denominador, o exponente de la progresion.

Tambien es progresion Arithmetica a, $a+d$, $a+2d$, $a+3d$, $a+4d$, $a+5d$ cuio denomr. o expont.e es d.

Corolario.

En la progresion Creciente, o Ascendente, el 2º termino es la suma del 1º y del exceso, el 3º es la suma del 2º y del exceso del 4º la suma del 3º, y del exceso del 5º es la del 4º y del exceso &ª

Para manifestar q 4 num. son arithmeticamente proporls. si la diferencia del 1º al 2º es igual a la del 3º al 4º y ... 8..6..14..12 o bien, arithmeticamente proporls. se pone de este modo..2..4..6..8 y para una

manifestar los continuos Arithmeticamente proporles se antepone este signo — 3, 5, 7, 9,.

Definicion 2ª.

Quatro cantidades se dice q. son Arithmeticamte. proporles, si la diferencia del 1º. al 2º es igual a la del 3º. al 4º y se expresa assi 8..6..14..12. o bien a, a+d,:c.c+d, y tambien 8..8+2..12+2

Corolario.

En la progression Creciente, o Ascendente, el 2º termino es la suma del 1º. y del exceso, el 3º. es la suma del 2º. y del exceso del 4º. la suma del 3º. y del exceso del 5º es la del 4º. y del exceso &. Para manifestar q. 4 numl. son Arithmte. proporles se pone de este modo. 2..4..6..8. y para manifestar los continuos arithmeticte. proporles se antepone este signo — 3, 5, 7, 9.

Definicion 3ª

Quatro cantidades se dice q. son Arithmte. proporles si la diferencia del 1º. al 2º. es igual a la del 3º. al 4º. y se expresa assi 8..6..14..12. o bien a, a+d..c..c+d y tambien 8..8+2..12..12+2.

Corolario.

En 4 cantidades Arithmeticate. proporles, siendo crecientes la suma del 1º. y del exceso es igual al 2º. terml. la suma del 3º. y del exceso es igual al 4º. termino como 3..5..7..9. en donde el exceso es 2 q. añadido al 1º. termino 3 da el 2º. terml. 5 y añadiendo este exceso al 3º. termº 7, y se tendra el 4º. terml. 9.

Lo contrario sucede en lo decreciente esto es q. el 1º. terml. menos el exceso es igual al 2º. terml. y el

3º. menos el exceso es igual al 4º. term. Exemplo: En la proporcion decreciente 16..13..10..7 el exceso es 3: luego el 1º term. 16 — 3 = 13. 2º term. tambien el 3º. term. 10 — 3 = 7. quarto term.

En adelante suponemos siempre ser la progresion ascendente; pues se verifica lo mismo en la descendente

Corolario 2º

De lo dicho se infiere q se podran transformar los term. de una progresion Arithmetica ÷ a, b, c, f. cuio exceso se suponga d; pues si al ~~exceso~~ 1º se le añade el exceso, se tendra el 2º term. esto es $a+d=b$, y si al 2º. $a+d$ se añade el exceso d se tendra el 3º. $a+2d=c$ y si a este se añade el exceso se tendra el 4º. term. $a+3d=f$. y seran los term. de la progresion transformada ÷ a, a+d, a+2d, a+3d. lo q consta del Corolario antecedente.

Scholio.

La proporcion Arithmetica a..b..c..f cuio exceso se supone una d, sera transformada a, a+d :: c, c+d

Proposicion 1ª Theorema.

En la progresion Arithmetica — a, b, c, f, g, h, L, la suma de los extremos $a+L$. es igual a la suma de qualesquiera dos term. equidistantes como $b+h$.

Demostracion.

Sea el exceso de la progresion una d, y transformando los term. sera la progresion a, a+d, a+2d, a+3d, a+4d, a+5d, a+6d, y la

suma del 1.º y ultimo es $2a+bd=a+L$, y la suma de los equidistantes $b+h=2a+bd$: luego Axioma 1.º $a+L=b+h$ q. es lo q. se avia de demostrar.

En numeros.

Sea la progresion Ascendente — 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15; sera $3+15=5+13$.

Corolario 1.º

De aqui se sigue q. en la misma progresion la suma $b+h$ es igual a la suma $c+g$, q. son sus terminos equidistantes; porq. en los terminos transformados se tiene $b+h=2a+bd$, y $c+g=2a+bd$. luego Axioma 1.º $b+h=c+g$.

Corolario 2.º

Tambien se sigue q. el duplo del term.º medio es igual a la suma de qualesquiera otros dos terminos equidistantes; esto es $2f=c+g$. porq. transformada la progresion el duplo del term.º medio $a+3d$ es $2a+bd=2f$: tambien los equidistantes como la suma de $a+2b$, $a+4d$ es $2a+bd=c+g$: luego $2f=c+g$, y en num.º en la progresion antecedente el duplo del term.º medio 9. q. es $18=7+11=15+13=3+15$.

Scholio

En la proporcion Arithmetica la suma de los exponentes es igual a la de los medios; esto es sean Arithm.te proporles $a..b..c..f$: digo q. $a+f=b+c$ porq. supp.to q. el exceso sea d, transformada la progresion sera $a, a+d$: ~~c.d~~ $c, c+d$, y la suma de los extremos es $a+c+d=a+c+d$ suma de los medios; esto es $a+f=b+c$

En numeros.

Sean Arithm.te proporle 7..10..15..18 luego la suma de los extremos $7+18=10+15$ suma de los medios

Proposicion 2.a Theorema.

En la progresion Arithmetica la suma de todos los term.s es igual a la suma del 1.o y ultimo term.s multiplicada por la mitad del num.o de los term.s

Explicacion.

Sea la progresion ∸ a, b, c, f, g, h. cuios term.s son 6: digo q la suma de todos los term.s $a+b+c+f+g+h=3a+3h$ suma del 1.o y ultimo term.s multiplicada por 3. mitad del num.o de los term.s

Demostracion.

Transformada esta progresion seran sus term.s a, $a+d$ $a+2d$, $a+3d$, $a+4d$, $a+5d$, y la suma de todos ellos es $6a+15d=a$ mas $b+c+f+g+h$. tambien la suma del 1.o y ultimo term.s sera $6a+15d=3a+3h$. luego $a+b+c+f+g+h=3a+3h$ Axioma 1.o

En numeros.

Sea la progresion ∸ 2, 5, 8, 11, 14, 17; la suma del 1.o y ultimo term.s es 19 q multiplicada por 3 viene al producto $57=57$ suma de todos los term.s

Corolario 1.o

El duplo de la suma de todos los term.s es igual a la suma del 1.o y ultimo term.s multiplicada por el num.o de los terminos, esto es q si su-

pone el termino 1º. de la progresion q. sea igual a â. . . . . a.
el ultimo igual a . . . . b
el exponente o denom.r igual a . . . . . . d
el num. de los term.s igual a . . . . n.
suma de todos los term.s de la progresion igual . . . . S.

Sera el duplo de la suma de todos los term.s $2S = an + bn$ suma del 1º. y ultimo multiplicada por el num.º de los term.s en num.s

En la progresion antec.te sera $114 = 19 \times 6$.

Corolario 2º.

El num.º de los term.s es igual al duplo de la suma de todos, partido por el agregado de los extremos, esto es $n = \frac{2S}{a+b}$. o bien en la misma progresion numerica $6 = \frac{114}{19}$

Corolario 3º.

El agregado de los extremos es igual al duplo de la suma de todos partido por el num.º de los term.s esto es $a + b\ \frac{2S}{n}$ o bien $19 = \frac{114}{6}$.

Corolario 4º.

El termino 1º. es igual al ~~duas~~ duplo de la suma de todos, partido por el num.º de lo term.s y quitando del quot.e el ultimo term.º b. esto es $a = \frac{2S}{n} - b$ o bien $2 = \frac{114}{6} - 17$.

Corolario 5º.

El ultimo term.º b es igual al duplo de la suma de todos partido por el num.º de los term.s quitando del quot.e el 1º. termino a esto es $b = \frac{2S}{n} - a$; o bien $17 = \frac{114}{6} - 2$.

Proposicion 8.ª Theorema.

Si a la diferencia de los extremos se añade el exponente d, la suma sera igual al producto del num.º de los term.º n por el expon.te d.

Sea la progresion $a, a+d, a+2d, a+3d, a+4d$ $a+5d$; la diferencia de los extremos es $5d$, y añadiendo el exponente d, se tendra $6d$, q.e es el producto del exponente d, multiplicado por el num.º de los term.º 6: esto es si el termino 1.º se supone igual a, el ultimo igual b, el exponente igual d, el num.º de los term.º igual n. sera $b-a+d=dn$.

Sea la progresion numerica 2, 5, 8, 11, 14, 17, la diferencia de los extremos es 15. y añadiendo el denom.º 3 se tendra la suma 18 q.e es el producto del num.º de los term.º 6 por el exponente 3.

Corolario 1.º

El 1.º termino es igual a la suma del ultimo y del exponente, menos el producto del exponente multiplicado por el num.º de los term.º esto es $a=b+d-dn$; o bien $2=20-18$.

Corolario 2.º

Si se multiplica el num.º de los term.º por el exponente, y al producto se añade el term.º 1.º, y de la suma se resta el exponente; se tendra el ultimo term.º esto es $dn+a-d=b$ o bien $18+2-3=17$.

Corolario 3.º

Si la diferencia de los extremos se parte por el exponente, y al quo.te se le añade la unidad

se tendra el num.º de los term.s esto es $\frac{b-a}{d}$ $+1=n$ o bien $\frac{15}{3}+1=6.$

Corolario 1º

Si la diferencia de los extremos se parte por el num.º de los term.s menos uno, el Quo.te sera el exponente esto es $\frac{b-a}{n-1.}=d$ o bien $\frac{15}{5}=3$

Scholio.

En las proposiciones antecedentes se funda la resolucion de los Problemas, de la Progresion, Arithmetica, en q ocurren cinco cosas principales. q son el term.º 1º. el ultimo; la suma de todos; el denom.r o exponente, y el num.º de los term.s y conocidas tres cosas de las cinco d[ichas] arriba, se hallaran las otras dos de q resultan 20 questiones.

Equaciones ~~Explicaciones~~ sacadas de los Theoremas 2º y 3º para resolver las 20 questiones de la Progresion Arithmetica.

1.ª Segun el Corolario 1º. del Theorema 2º. se tiene. . . . . . $2S=an+bn.$

2.ª Partiendo la Equacion antecedente por $a+b$ se tiene. . . . . $n=\frac{2S}{a+b}.$

3.ª En la 1.ª Equacion si se quita de entrambas partes bn se tiene. . . . . . . $an=2S-bn.$

4.ª Y partiendo esta equacion por n se tendra. . $a=\frac{2S}{n}-b$

En la 1.ª equacion si se quita de ambas partes an sera. . . . . $bn=2S-an$

Y partiendo todo por n sera. . . . . . $b=\frac{2S}{n}-a$

5.ª Siendo por el Theorema 3.º . . $b-a+d=dn$.
si se quita de ambas partes d será $b-a=dn-d$.
6.ª y añadiendo a entrambas partes a se tendrá $b=dn+a-d$.
En la equacion 5.ª se tiene . . . $b=dn+a-d$.
y transfiriendo, o bien quitando de entrambas
7.ª partes dn y añadiendo d se tendrá . . $a=b+d-dn$
Por el Theorema 3.º y en la equacion 5.ª se tiene
tiene . . . . $b-a=dn-d$.
y partiendo esta equacion por $n-1$ se ten-
8.ª dra . . . . $d=\frac{b-a}{n-1}$.
En la 5.ª equacion se tiene . . $b=dn+a-d$, y qui-
tando de entrambas partes a, y añadiendo d se
tendra . . . . $dn=b-a+d$.
9.ª y partiendo todo por d se tendrá $n=\frac{b-a}{d}+1$.
En la equacion 3.ª se tiene. $a=\frac{2s}{n}-b$ y tam-
bien por la 6.ª equacion se tiene. $a=b+d-dn$.
luego será por el Axioma 1.º $\frac{2s}{n}-b=b+d-dn$
y en esta equacion añadiendo a entrambas partes
b se tendra . . . . $\frac{2s}{n}=2b+d-dn$
10.ª y multiplicado todo por n será $2s=2bn+dn-dnn$.
En la equacion antecedente se tiene $2s=2bn\,dn-dnn$.
y quitando de entrambas partes dn y añadiendo
dnn se tendra . . . . . . $2bn=2s+dnn-dn$.
y partiendo todo por $2n$ se
11. tendra . . . . . . $b=\frac{s}{n}+\frac{1}{2}dn-\frac{1}{2}d$.
En la equacion 9.ª se tiene $2s=2bn+dn-dnn$.
y añadiendo a entrambas partes dnn, y qui-
tando de las mismas dn se tendra
tendra . . . . . . $2bn=2s+dnn-dn$.
y quitando en esta equacion de ambas partes $2s$
se tendra . . . : . $dnn-dn=2bn-2s$.

y partiendo toda esta equacion por $nn-n$ se tendra . . . . $d=\frac{2bn}{nn}\frac{2S}{-n}$.

12. Siendo por la equacion 4.ª $b=\frac{2S}{n}-a$, y en la 5.ª se tiene $b=dn+a-d$: luego sera por el Axioma 1.º $\frac{2S}{n}-a=dn+a-d$, y añadiendo a ambas partes a se tendra $\frac{2S}{n}=2a+dn-d$.
y multiplicado todo por n sera.

13. sera . . . . $2S=2an+dnn-dn$.
En la equacion antec.te se tiene . . $2S=2an+dnn-dn$ si se añade a ambas partes dn, y se quita dnn. se tendra . . . . . $2an=2S+dn-dnn$.
y partiendo todo esto por $2n$ se tendra tendra . . . . $a=\frac{S}{n}+\frac{1}{2}d\frac{1}{2}dn$

14. en la equacion 12 se tiene . $2S=2an+dnn-dn$.
y quitando de ambas partes $2an$ se tendra . . . . $dnn-dn=2S-2an$
y partiendo todo por $nn-n$ se tendra $d=\frac{2S}{nn}-\frac{2an}{n}$.

15. Siendo por la equacion 2.ª . . $n=\frac{2S}{a+b}$
y por la 8.ª . . . . $n=\frac{b-a}{d}+1$.
sera por el Axioma 1.º . $\frac{2S}{a+b}\;\frac{b-a}{d}+1$.
y reduciendo a enteros los quebrados, se tendra . . . . . . $2Sd=bb-aa+ad+bd$.

16 y partiendo todo por d se tendra $2S\;\frac{bb-aa}{d}+a+b$.
En la equacion 15 se tiene . . . . $2Sd-bb-aa+ad+bd$.
y quitando de ambas partes de la equacion $ad+bd$. sera . . . . $2Sd-ad-bd=bb-aa$
y partiendo todo por . . $2S-a-b$ se tendra . . . . $d=\frac{bb-aa}{2S-a-b}$.

17. En la equacion 15 se tiene $\frac{2s}{\text{15}}d = bb - aa + ad + bd$
y quitando de ambas partes $2sd$, como tambien ad
y añadiendo a ambas partes aa se
tendra . . . . . . $aa - ad = bb + bd - 2sd$, y
añadiendo el quadrado del semicoeficiente q
es $\frac{dd}{4}$ se tendra $aa - ad + \frac{dd}{4} = bb + bd - 2sd + \frac{dd}{4}$
y sacando la raiz quadrada de ambas partes se
tendra . $a \frac{1}{2} d = \sqrt{bb + bd + \frac{dd}{4} - 2sd}$.
y añadiendo a ambas partes $\frac{1}{2}d$ se
tendra . . $a = \frac{1}{2}d + \sqrt{bb + bd + \frac{dd}{4} - 2sd}$.

18. En la equacion 15 se tiene
$2sd = bb - aa + ad + bd$.
y quitando de ambas partes ad, y añadiendo aa
se tendra . $bb + bd = aa - ad + 2sd$.
y añadiendo a ambas partes de esta equacion $\frac{dd}{4}$
q es el quadrado del semi-coeficiente se tendra
tendra . . $bb + bd + \frac{dd}{4} = aa - ad + \frac{dd}{4} + 2sd$.
y sacando la raiz quadrada se ten
dra . $b + \frac{1}{2}d = \sqrt{aa - ad + \frac{dd}{4} + 2sd}$, y quitan
do $\frac{1}{2}d$ de ambas partes se ten
dra $b = \sqrt{aa - ad \frac{dd}{4} + 2sd} - \frac{1}{2}d$.

19. En la equacion 2ª se tiene $n = \frac{2s}{a+b}$; si se substi
tuie el valor de a de la equacion 17 se
tendra . . $n = \frac{2s}{b + \frac{1}{2}d . \sqrt{bb + bd + \frac{dd}{4}\ 2sd}}$.

20. Si en la misma equacion 2ª . . $n \frac{2s}{a+b}$ se substituie
el valor de b de la equacion 18 se ten
dra. $n . \frac{2s}{a + \sqrt{aa - ad + \frac{dd}{4} + 2sd} - \frac{1}{2}d}$.

Datos.

1.ª $a = b + d - dn$ . . . . $b, d, n,$

2.ª $a = \frac{2s}{n} - b$ . . . . b, n, s

3.ª $a = \frac{s}{n} + \frac{1}{2}d - \frac{1}{2}dn$ . . . . $d, n, s.$

4.ª $a = \frac{1}{2}d\ \sqrt{bb + bd + \frac{dd}{4} - 2sd}$ . . $b, d, s.$

5.ª $b = dn + a - d$ . . . . $a, d, n.$

6.ª $b = \frac{2s}{n} - a$ . . . . a, n, s

7.ª $b = \frac{s}{n} + \frac{1}{2}dn - \frac{1}{2}d$ . . . . $d, n, s.$

8.ª $b = \sqrt{aa - ad + \frac{dd}{4} + 2sd} - \frac{1}{2}d$ . . $a, d, s.$

9.ª $d = \frac{b - a}{n - 1}$ . . . . $a, b, n.$

10.ª $d = \frac{2s}{nn} - \frac{2an}{n}$ . . . . $a, n, s.$

11. $d = \frac{2bn - 2s}{nn - n}$ . . . . $b, n, s.$

Datos

12. $d = \frac{bb - aa}{2s - a - b}$ . . . . $a, b, s.$

13. $n = \frac{b - a}{d} + 1$ . . . . $a, b, d.$

14. $n = \frac{2s}{a - b}$ . . . . $a, b, s,$

15. $n = \frac{2s}{a + \sqrt{aa - ad - \frac{dd}{4} + 2sd} - \frac{1}{2}d}$ $a, d, s.$

16 $n = \frac{2s}{b} + \frac{1}{2}d + \sqrt{bb + bd + \frac{dd}{4} 2sd}$ . . b, d, s.

17. $2s = an + bn$ . . . . a, b, n

18. . $2s = 2bn + dn - dnn$ . . . . b, d, n.

19. $2s = 2an + dnn - dn$ . . . . a, d, n.

20. $2s = \frac{bb - aa}{d} + a + b$ . . . . . a, b, d.

Proposicion 4.ª Problema.

Entre dos num.º dados como 5, y 9 hallar un medio Arithmetico proporcional

Resolucion.

Sumense los dos num.º 5, y 9, y sacando de la suma 14. la mitad sera 7 el medio Arithmetico, q̃ se pide entre 5, y 9, y los term.º 5, 7, y 9 forman progresion Arithmetica.

Proposicion 5.ª Problema.

Entre dos num.º dados hallar quantos medios Arithmeticos se quisieren

Resolucion.

Si se piden dos medios Arithmeticos entre 5, y 14 se restaran los extremos uno de otro y sera la diferencia 9. q̃ partido por 3 dara el Quo.te 3 q̃ es Denom.r y añadiendo este al primer term.º 5, sera 8. el primer medio

y añadiendo a 8 el denomr. 3. se tendra el 2º. medio 11. y los num. 5, 8, 11, 14. haran una progresion Arithmetica; luego 8, y 11 seran medios entre 5, y 14. de suerte q quando se piden dos medios se concidiran una progresion de quatro term. y hallando el exponente por el Corolario 4 del Theorema 3º. se añadira al term. 1º. y se tendra el term. 2º. y añadido el exponente al term. 2º. se tendra el 3º.

Si se piden tres medios Arithmeticos entre 2, y 14. se concidira una progresion de cinco term. y assi, restando dos de 14. sera la diferencia 12 q partido por 4 num. de los term. menos uno, sera el Quote. 3. exponente de la progresion q añadido al primer term. 2. dara el primer medio 5, y añadiendo el exponente a este termino se tendra el 2º medio 8 al qual añadiendo el denomr. sera el tercer medio 11; con lo qual se tendran los cinco term. 2, 5, 8, 11, 14. q forman una progresion Arithmetica, y los num. 5, 8, 11. son los medios entre 2, y 14. q se pide.

Si se piden quatro medios Arithmeticos entre 10, y 12. se concidira la progresion de 6 term. y restando 10 de 12 sera la diferencia 2. q partido por 5 num. de los term. menos uno dara el Quote $\frac{2}{5}$ q es el exponente de la progresion, q añadido al primer term. 10 dara el segundo $10\frac{2}{5}$ y añadiendo a este dos $\frac{2}{5}$. se tendra el tercer term. $10\frac{4}{5}$ y añadiendo a este $\frac{2}{5}$ se tendra el quarto $\frac{11\ 1}{5}$ & y seran los term. de la progresion Arithmetica 10, $10\frac{2}{5}$, $10\frac{4}{5}$, $\frac{11\ 1}{5}$ y 12. siendo los medios q se piden entre 10, y 12 $10\frac{2}{5}$, $10\frac{4}{5}$ $\frac{11\ 1}{5}$, $\frac{11\ 3}{5}$.

Scholio.

Sin buscar el exponente se hallaran quantos medios Arithmeticos se quisieren en a, y b del modo siguiente.

Para un medio se tomara la mitad de la suma de a, y b.

Para dos medios se suma el duplo del 1.º con el 2.º esto es el duplo de a con b. y de la suma se sacara el $\frac{1}{3}$ q es el medio 1.º sumando el duplo del 2.º con el 1.º esto es el duplo de b con a y de la suma sacando el $\frac{1}{3}$ se tiene el medio 2.º

Para tres medios, se sumara el triplo del 1.º con el 2.º esto es el triplo de a con b. y de la suma se sacara el $\frac{1}{4}$ q sera el medio 1.º sumando el duplo del 1.º con el duplo del 2.º, esto es el duplo de a con el duplo de b y sacando de la suma el $\frac{1}{4}$ se tiene el medio 2.º sumando el 1.º con el triplo del 2.º esto es a con el triplo de b. y de la suma sacando el $\frac{1}{4}$ se tiene el medio 3.º

Para 4. medios se sumara el quadruplo del 1.º con el 2.º. y de la suma se sacara el $\frac{1}{5}$ q es el medio 1.º si se suma el triplo del 1.º con el duplo del 2.º y de la suma se saca el $\frac{1}{5}$ se tendra el medio 2.º sumando el duplo del 1.º con el triplo del 2.º, y sacando de la suma el $\frac{1}{5}$ se tendra el medio 3.º; sumando el 1.º con el quadruplo del 2.º y de la suma sacando el $\frac{1}{5}$ se tendra el medio 4.º

En la tabla siguiente se contienen los formularios de los medios Arithmeticos entre a, y b

Medios Arithmeticos entre . . . a, y b.
Para 1 medio . . . . $a, \frac{a+b}{2}, b$.
Para 2. medios . . . . $a, \underline{2a+b\ \ a+2b}, b$
Para 3 medios . $a, \frac{3a+b}{4}, \frac{2a+2b}{4}, \frac{a+3b}{4}, b$.
Para 4. medios, $a, \frac{4a+b}{5}, \frac{3a+2b}{5}, \frac{2a+3b}{5}, \frac{a+4b}{5}, b$

Sirve la progresion Arithmetica para resolver muchas questiones; como son hallar el num.o de valas de q.e se compone una Piramide Triangular, o Quadrada; como asi mismo, para los trasportes de Tierras, donde las distancias al paso q.e se aumentan, crecen en progresion Arithmetica; para la escavacion de un Pozo; y otras muchas q.e pertenecen a deudas, Correos, Molinos Fuentes &c.a

Capitulo 2.°
de la Progresio Geometrica.
Definicion 3.a

Progresion Geometrica es una serie de cantidades continuas proporcio. en razon Geometrica.
Llamase Ascendente quando los term.s crecen, o bien quando la razon de un term.o a otro de la progresion, es de menor desigualdad, como 1, 2, 4, 8, 16; o bien 2, 6, 18 54. &c.a
En la progresion 1.a la razon Geometrica es subdupla, y esta la 2.a subtripla.
Llamase decendente quando los term.s de

la progresion decreciente; o bien quando la razon Geometrica q̃ tiene un termº. a otro es de maior desigualdad como, 16, 8, 4, 2, 1 o bien 54, 18, 6, 2.

En la progresion 1ª. la razon geometrica de un termº. a otro es dupla, y en la 2ª. es tripla; de suerte q̃ la progresion Ascendente puede hacerse descendente, tomando los termº. al contrario de la derecha a la yzquierda.

Definicion 4ª.

Denominador de la progresion Geometrica es el numº. q̃ indica las veces, q̃ el termº. menor se incluie en el proximo maior; ya sea Ascendente; o ya descendente; este signo ÷÷ indica q̃ los numº. q̃ siguen son continuos proporcionales en razon Geometrica; y asi en la progresion ascendente ÷÷ 2, 6, 18, 54. el denomᵒʳ. es 3 porq̃ 2 se incluie 3 veces en el 6: el 6, tres veces en el 18. y 18 tres veces en 54. &c. y lo mismo sucede en la descendente ÷÷ 54, 18, 6, 2.

El denomᵒʳ. sirve para dar el nombre a la progresion, de suerte q̃ porq̃ el denomᵒʳ. es 3. se llama, una, y otra progresion tripla con esta distincion q̃ la 1ª. es tripla ascendente, y la 2ª. es tripla descendente

En la progresion ÷÷ a, ag, ag², ag³, ag⁴ &c. el denomᵒʳ. es g.

Scholio.

No se ha de confundir el exponente de la razon con el denomᵒʳ. de la progresion; porq̃ si-

lo quando la progresion es descendente son una misma cossa exponente, y denomr. ∺ 54, 18, 6, 2; cuio denomr. y exponente de la razon Geometrica es 3: pero en la progresion ascendente ∺ 2, 6, 18, 54 &c. el denomr. es 3, y el exponente de cada razon es $\frac{1}{3}$ no obstante el denomr. de la razon llaman comunmente exponente de la progresion.

Corolario 1º

De aqui se sigue que en la progresion geometrica ascendente; si el term. 1º se multiplica por el denomr. se produce el term. 2º y este multiplicado por el denomr. se produce el 3º y si este se multiplica por el denomr. se tendra el term. 4º y assi al infinito. Exemplo. Si el term. 1º es 2. y el denomr. es 3. sera $2\times3 = 6$ termino 2º. $6\times3 = 18$ term. 3º $18\times3 = 54$ term. 4º, y seran los term. de la progresion geometrica ∺ 2, 6, 18, 54. Si el 1º term. es a, y el denomr. q. sera $a\times q = aq$ term. 2º, $aq\times q = aq^2$ term. 3º $aq^2\times q = aq^3$ term. 4º, $aq^3\times q = aq^4$ &c. y sera la progresion geometrica ∺ a, aq, aq^2 aq^3 aq^4.

En la progresion descendente el 1º term. partido por el denomr. da el term. 2º y el 2º partido por el denomr. da el term. 3º. Exemplo. si el term. 1º es 54, y denomr. 3 sera $\frac{54}{3} = 18$ term. 2º $\frac{18}{3} = 6$ 3º term. $\frac{6}{3} = 2$ 4º term.

En adelante supondremos q̃ la progresion es siempre ascendente, pues se entiende lo mismo q̃ en la descendente.

Corolario 2.º

Si el denom.r y sus potencias, se multiplican por el term.o 1.º se producen todos los demas term.s de la progresion.

Exemplo: sea el denom.r 3 sus potencias 9, 27. &c. sea el 1.º term.o 2: digo q̃ 2x3 = = 6 term.o 2.º; 2x9; 18, term.o 3.º; 2x27 = = 54. term.o 4.º

Si el 1.º term.o a se multiplica por el denom.r q. y sus potencias; esto es por q, q², q³. &c. se tendra la progresion geometrica ∺ a, aq, aq², aq³

Corolario 3.º

Si todos los term.s de la progresion se parten por el term.o 1.º resultara otra progresion, cuyo 1.º term.o es la unidad, el 2.º el denom.r y los demas sus potencias. Exemplo: si los term.s de la progresion geometrica ∺ 2, 6, 18, 54. se parte cada uno por el 1.º term.o 2 de los quot.es resulta la progresion 1, 3, 9, 27.

Tambien si a, aq, aq², aq³ &c. se parten por a resulta la progresion, 1, q, q², q³ &c.

Corolario 4.º

La unidad la razon, y sus potencias forman una progresion cuyo denom.r es la mis

ma raiz como 1, 3, 9, 27.

Corolario 5.º

Los term.^s de una progresion geometrica se pueden transformar multiplicando el term.^o 1.º por el denom.^r, y sus potencias. Exemplo: sea la progresion geometrica ∺ a, b, c, d, e &c. cuio denom.^r sea q, sera transformada a, aq, aq^2, aq^3, aq^4; porq.^e $b = q$; $c = aq^2$ d; $= aq^3 = aq^4$ consta del Corolario 2.º

Corolario 6.º

Conocido el term.^o 1.º y el denom.^r dela progresion se hallaran los demas term.^s y se puede continuar al infinito. Exemplo: si el term.^o 1.º es a, el denom.^r es q, sera la progresion a, aq, aq^2, aq^3 &.^a tambien si el 1.º term.^o es 2, y el denom.^r es 3. sera la progresion 2, 6, 18, 54 &.^a

Corolario 7.º

Conocidos dos term.^s immediatos, y partiendo el maior por el menor; el Quoc.^te sera el denom.^r, y se hallaran los demas term.^s Exemplo; conocidos 2, y 6 sera el denom.^r $\frac{6}{2} = 3$.

Las principales propiedades de la progresion geometrica se contienen en los Theoremas sig.^tes

Proposicion 6.ª Theorema.

En la progresion geometrica el producto de qualesquiera dos term.^s es igual al producto de qualesquiera otros dos equidistantes.

Explicacion.

Sea la progresion, a, b, c, d, e, 2, 6, 18, 54, 162 digo q. $ae = bd$, o bien $2 \times 162 = 6 \times 54$.

Demostracion.

Sea el denomin.r q. sera la progresion transformada a, aq, aq^2, aq^3, aq^4. y el producto del 1.º y 5.º sera $a^2, q^4 = ae$; tambien el producto del 2.º y 4.º sera $a^2 q^4 = bd$ luego Axioma 1.º sera $ae = bd$ o bien $324 = 324$.

Proposicion 7.ª Theorema.

En la progresion geometrica el quadrado de un termin.o medio es igual al producto de qualesquiera otros dos equidistantes.

Explicacion.

Sea la progresion, a, b, c, d, e, 2, 6, 18, 54, 162. digo q. $b^2 = ac$.

Demostracion.

Supuesto el denomin.r de la progresion una q seran los termin.s transformados a, aq, aq^2, aq^3, aq^4 & y el quadrado del 2.º aq igual $a \times aq^2$ o bien en numer.s el quadrado de 6 es 36, y el producto de 2 por 18 q. son sus equidistantes es tambien 36 luego $b^2 = ac$. Tambien $cc = ae$ porq. $a^2 q^4 = a^2 q^4$ o bien el quadrado de 18 q. es $324 = 2 \times 162$.

Proposicion 8.ª Theorema.

En qualquiera progresion geometrica el ultimo term.º es igual a la suma de los antec.tes multiplicada por el denom.r menos uno, y al producto añadiendo el term.º 1º

Explicacion.

Sea la progresion geometrica a, b, c, d, e cuio denom.r sea q. y sera transformada a, aq, aq^2, aq^3, aq^4 digo q. si los 4 term.s 1.os se multiplican por q menos uno, y al producto se añade el primer term.º a se tendra el ultimo aq^4.

Demostracion.

La suma de los 4 term.s 1.os q. son los antecedentes de la progresion dada es $a + aq + aq^2, aq^3$. q. multiplicada por .. $q - 1$ da el producto $aq + aq^2, aq^3, aq^4 - a - aq - aq^3$ aq^2; y añadiendo el primer term.º a se tendra la suma $aq + aq^2 + aq^3, aq^4 - a - aq - aq^2 - aq^3 + a$ y reducido a menor expresion se tiene aq^4 q. es el ultimo term.º de la progresion, y lo q. se avia de demostrar.

En numeros.

Sea la progresion 2, 6, 18, 54, 162; la suma de los antecedentes son 80 q. multiplicada por 3 — 1 esto es por 2, dara el producto 160, y añadiendo el primer term.º 2 se tendra 162, q. es igual al ultimo ter[illegible]

Proposicion 9. Theorema.

En qualquiera progresion geometrica como a, b, c, d, e 2, 6, 18, 54, 162. son propor-

ta, el 2.° term.s menos el 1.° al 1.° como el ultimo menos el 1.° a la suma de todos los term.s antecedentes esto es $b-a..a::e-a+b+c+d$.

Demostracion,

Supuesto el denom.r de la progresion q, seran los term.s transformados a, aq, aq^2, aq^3, aq^4 y substituyendo en la proporcion los term.s transformados, correspondientes a la proporcion antecedente se tendra $aq-a..a$ como $aq^4-a..a+aq+aq^2+aq^3$ porq multiplicando $a+aq+aq^2+aq^3$ por $aq-a$ q son los extremos; q se tiene el producto $aq^2+a^2q^2+a^2q^3+a^2q^4-a^2-a^2q-a^2q^2-a^2q^3$ q reducido a menor expresion es $a^2q^4-a^2$ q es producto de los extremos.

Multiplicando assi mismo aq^4-a por a q son los term.s medios sera el producto $a^2q^4-a^2$ q es el de los medios; siendo pues el producto de los extremos igual al de los medios (por el caso 1.° del Lemma 1.° lib. 5.° de Euclides) son proporcs. $aq-a..a::aq^4-a..a+aq+aq^2+aq^3$ o bien en la progresion dada se tiene $b-a..a..e-a..a+b+c+d$ q es lo q se avia de demostrar.

En numeros.

Tambien $6-2..2..162-2..2+6+18+54$. esto es $4..2..160..80$ porq assi el producto de los extremos como el de los medios es igual a 320

Proposicion 10 Theorema.

En qualquiera progresion geometrica como $a, b, c, 2, 6, 18$, el quadrado del term.º 1.º al quadrado del term.º 2.º tiene la misma razon q.e el 1.º al 3.º esto es $aa :: bb .. a .. c$

Demostracion.

Sea el denom.r de la progresion q, y transformada sera a, aq, aq^2 y substituyendo en la proporcion antec.te de los term.s de la transformada correspondencia sera $aa .. a^2q^2 .. a .. aq^2$ porq.e el producto de los extremos $a^3q^2 = a^3q^2$ producto de los medios: luego por el Lemma 1.º lib.º 5.º de Euc. es $aa .. b^2 .. a .. c ..$

En numeros.

El quadrado de dos es 4, y el quadrado de 6 es 36; digo pues q.e $4 .. 36 .. 2 .. 18$ porq.e el producto de los extremos $4 \times 18 = 36 \times 2$.

Tambien el cubo del term.º 1.º al cubo del term.º 2.º es como el 1.º al 4.º

Sea la progresion a, b, c, d $2, 6, 18, 54$: digo q.e $a^3 .. b^3 .. a .. d$.

En numeros.

El quadrado de 2 es 4. y el quadrado de 6 es 36 digo pues q.e $4 .. 36 :: 2 :: 18$ porq.e el producto de los extremos $4 \times 18 = 36 \times$.

Tambien el cubo del term.º 1.º el cubo del term

2º o como el 1º al 4º

Sea la progresion a, b, c, d, 2, 6, 18, 54. digo q a^3 b^3 :: a..d.

Demostracion.

Supuesto el denomr. q sera la progresion transformada, a, ag, ag^2 ag^3 y substituyendo en la proporcion los correspondientes de esta se tendra a^3... a^3g^3.. ag.. ag^3 porq el producto de los extremos a^4g^3 = a^4g^3 producto de los medios: luego a^3. b^3:: a..d.

En numeros

El cubo de 2 es 8, y el de 6 es 216. digo q 8..216..2..54. porq el producto de los extremos 8x54. = 216x2.

Corolario.

Si las raizes son continuas proporles, tambien lo seran sus quadrados, cubos &, y si los quadrados, cubos & son continuos proporles, lo seran tambien sus raizes.

Sean las raizes 2, 6, 18 continuas proporles sus quadrados 4, 36, 324. y tambien su cubos 8, 216, 5832 son continuos proporles.

Scholio.

Todos los Problemas, y questiones q pertenecen a la progresion geometrica, y cantidades continuas proporles se fundaran en los Theoremas antecedentes; para lo qual se ha de notar cinco principales cosas, q son el termº 1º el ultimo, el denomr. el numr. de los termº y la suma de todos ellos, y conocidas qualesquiera tres cosas de las cinco dichas se hallaran las otras dos.

Proposicion 11 Problema.

A dos num.s dados como 2, y 6 hallar un 3.º proporcional

Resolucion.

Porq el primer term.º al 2.º ha de tener la misma razon q el 2.º al 3.º hagase la proporcion 2..6..6.x y el producto de los extremos 2x=36 producto de los medios; y partiendo todo por 2. sera x=18, y asi se dira q el tercer num.º proporcional q se busca a los num.s dados 2, y 6 es 18.

Esto es lo mismo q dado el 1.º y 2.º term.º de una progresion geometrica, hallar el 3.º y asi partiendo 6 por 3 se tendra el denom.or 3. y multiplicando 6 por 3. se tendra 18. consta del Corolario 1.º de la defin.c 4.a

Tambien se hallara con esta proporcion como el quadrado de 2 q es 4. al quadrado de 6 q es 36 asi el primer term.º 2 a un quarto proporcional q se hallara 18, esto es 4..36..2..x=18 consta de la Prop. 10.

Proposicion 12 Problema.

Entre dos num.s dados 6, y 54. hallar un medio geometrico proporcional.

Resolucion.

Multipliquese 54 por 6 y del producto 324. saquesela raiz quadrada, y se tendra 18 por el medio q se pide.

Demostracion.

Porq̃ de tres continuos proporcles se busca el medio, se hara la proporcion 6..x::x..54. y multiplicando los extremos, y medios se tendra 324=xx, y sacando la raiz quadrada de ambas partes sera 18=x.
Tambien, siendose de la Pro.ⁿ 10. se hallara el quadrado del 2.º term.ᵒ haciendo esta proporcion 6..54::36..xx y se tendra el producto de los extremos igual, al de los medios esto es 6xx=1944. y partiendo todo por 6 se tendra 324=xx, y sacando la raiz quadrada sera 18=x y assi se dira q̃ el term.ᵒ medio q̃ se pide entre 6, y 54 es 18.

Proposicion 13. Problema.

Entre dos num.ˢ dados 3, y 24. hallar dos medios proporcles

Resolucion.

El quadrado del 1.º q̃ es 9. se multiplicara por el ultimo 24. y del producto 216 sacando la raiz cubica se tendra 6, por el medio 1.º, o term.ᵒ 2.º de la progresion, el qual conocido se buscara (por la Prop.ⁿ 11) el term.ᵒ 3.º diciendo. 3..6..6..x y hecha la regla se hallara 12=x por el otro medio, o term.ᵒ 3.º de la progresion, y seran continuos proporcles ∺ 3, 6, 12, 24.

Demostracion.

Sea el primer term.ᵒ . . . . 3=a.
sea tambien el ultimo . . . . 24=b.
y porq̃ se piden dos medios; sera una progresion de 4. term.ˢ cuios extremos son conocidos.
Supongase el 1.º medio, o 2.º term.ᵒ de la progresion igual x; el 2.º medio, o tercer term.ᵒ

de la progresion igual z con lo qual sera la progresion ∺ a, x, z, b; y siendo por la Prop.n 10 el cubo del 1.º al cubo del 2.º como el primer term.º al 4.º: esto es a..b:: a^3..x^3. sera el producto de los extremos ax^3 = a^3b producto de los medios, y partiendo los dos term.s de esta equacion por a se tendra $x^3 = a^2b$ y sacando la raiz cubica de ambas partes sera $x = \sqrt[3]{a^2b}$; quiere decir esta expresion q para hallar el valor de x term.º 1.º se multiplique el quadrado del primer term.º a por el ultim.º b. y del producto se saque la raiz cubica

Proposicion 14. Problema.

Entre dos num.s dados 2, y 32. hallar tres medios geometricos proporcion.s

Resolucion.

Supongase el primer term.º 2 = a el ultimo 32 = b, el primer medio q se busca igual x; el 2.º medio igual z; el 3.º ygual u, y seran los term.s de la progresion cinco esto es ∺ a, x, z, u, b, y siendo por la Prop.n 10 en una progresion geometrica el 1.º term.º al 5.º como el Quadrado — Quadrado del 1.º al Quadrado — Quadrado del 2.º, esto es a..b:: a^4..x^4 sera el producto de los extremos $ax^4 = a^4b$, y partiendo ambos term.s de la equacion por a se tendra $x^4 = a^3b$, y sacando la raiz quadrada — quadrada de ambas partes sera $x = \sqrt[4]{a^3b}$: quiere decir esta expresion q el cubo del primer term.º se multiplique por el ultimo; y del producto se saque la raiz quadrada — quadrada o term.º 2.º

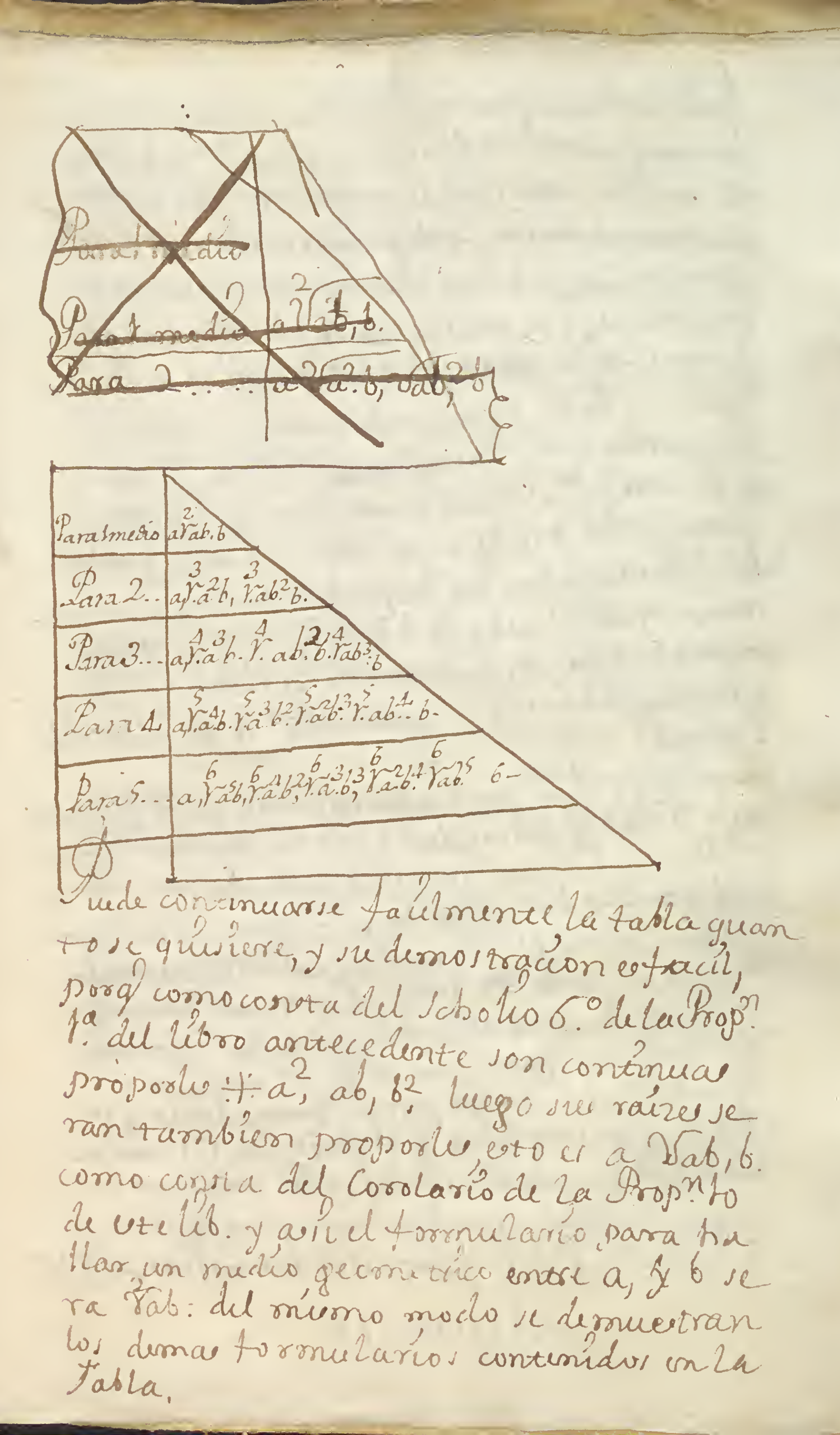
de la progresion. esto es el cubo de dos es 8 q multiplicado por el ultimo 32 = b dara el producto 256, y sacando de esta cantidad la raiz quadradrada quadrada se ha llara q es 4 por el medio 1º. o term. 2º. de la progresion.

Los demas medios se hallaran facilmente haciendo la proporcion 2..4..4..2. y hecha la regla se hallara 8, por el medio 2º. o term. 3º. de la progresion, para hallar el 1º. medio se dira 2..4::8..u; q se hallara 16, y sera la progresion 2, 4, 8, 16, 32.

Scholio.

Si de la Tabla Sinthetica, analitica de las potencias de a + b q se dio, en la Propn. 10 del libro antecedente, se quitan los coeficientes de los term. intermedios, y de todos se saca la raiz del mismo grado correspondiente; se tendran los formularios para todos los medios q se quisieren entre a, y b y es como se sigue

Tabla para hallar quantos medios geometricos se quisieren entre dos cantidades dadas como a, y b. Y es Como se figura a la Buelta



~~Para 1 medio~~

~~Para 1 medio $a, \sqrt[2]{ab}, b$.~~

~~Para 2 ... $a, \sqrt[3]{a^2b}, \sqrt[3]{ab^2}, b$~~

Para 1 medio	$a, \sqrt[2]{ab}, b$
Para 2..	$a, \sqrt[3]{a^2b}, \sqrt[3]{ab^2}, b$.
Para 3...	$a, \sqrt[4]{a^3b}, \sqrt[4]{a^2b^2}, \sqrt[4]{ab^3}, b$
Para 4	$a, \sqrt[5]{a^4b}, \sqrt[5]{a^3b^2}, \sqrt[5]{a^2b^3}, \sqrt[5]{ab^4}, b$-
Para 5..	$a, \sqrt[6]{a^5b}, \sqrt[6]{a^4b^2}, \sqrt[6]{a^3b^3}, \sqrt[6]{a^2b^4}, \sqrt[6]{ab^5}, b$-

Puede continuarse facilmente la tabla quanto se quisiere, y su demostracion es facil, porque como consta del Scholio 6.º de la Propn. 1.ª del libro antecedente son continuas proporls ∺ a^2, ab, b^2, luego sus raizes seran tambien proporls, esto es a $\sqrt{ab}$, b. como consta del Corolario de la Propn. 10 de este lib. y asi el formulario para hallar un medio geometrico entre a, y b sera $\sqrt[2]{ab}$: del mismo modo se demuestran los demas formularios contenidos en la Tabla.

Tambien quando se piden muchos medios: sin tener necesidad de buscar el 1º. se hallara facilmente el q̃ se quisiere por los formularios de la Tabla antecedente, Exemplo entre 2, y 32. se tienen tres medios geometricos, y se quiere saber el ultimo; el formulario para los tres term. es a $\sqrt[4]{a^3b}$, $\sqrt[4]{a^2b^2}$, $\sqrt[4]{ab^3}$ y queriendo buscar el ultimo medio, servira de formulario $\sqrt[4]{a^3b}$ q̃ indica q̃ el term. 1º. se multiplique por el cubo del ultimo, y del producto se saque la raiz quadrada — quadrada, con lo qual se tendra el ultimo medio; y assi el cubo de 32 es 32768 q̃ ~~mult~~ multiplicada por 2 term. 1º. se tiene 65536. y su raiz quadrada — quadrada es 16 valor del 3r term.

Queriendo el 2º. medio corresponde en el formulario $\sqrt[4]{a^2b^2}$ q̃ quiere decir q̃ se multiplique el quadrado del 1r. term. por el quadrado del ultimo, y del producto se saque la raiz quadrada — quadrada, q̃ sera el 2º. medio, y assi el quadrado de 2 es 4. y de 32 es 1024. y multiplicando 1024 por 4. sera el producto 4096 cuia raiz quadrada — quadrada es 8, 2º. medio. y Quando el 1r. medio por su formulario q̃ es $\sqrt[4]{a^3b}$, q̃ quiere decir q̃ el cubo del 1r. term. se multiplique por el ultimo, y del producto se saque la raiz quadrada — quadrada, y se hallara q̃ es 4. y seran los tres medios, 4, 8, 16

Question.

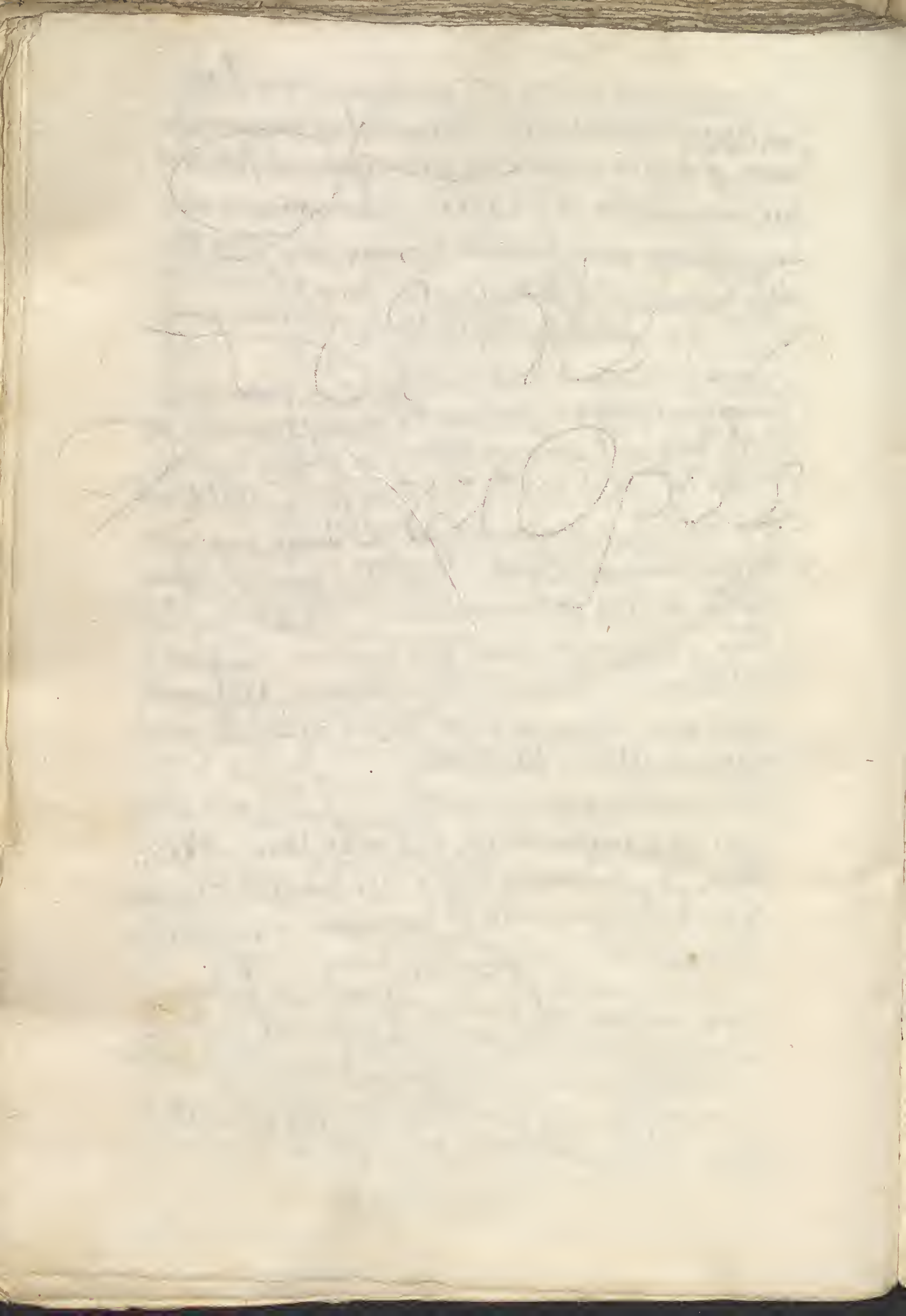
Un negociante puso a ganancia 1000 Pesos por espacio de tres años, dejando las ganancias para que ganase como el principal, al fin de los tres años hallo 1331 pesos, pidese quanto era la ganancia al fin del primer año, y al fin del 2º.

Resolucion.

Segun el tenor de la question se tiene una progresion de 4 termin. en la qual esta conocido el 1º 1000, y el ultimo 1331. y se piden los dos medios que son el caudal, y ganancia del 1º. año y el caudal, y ganancia del 2º: luego sera el formulario $a, \sqrt[3]{a^2b}, \sqrt[3]{ab^2}, b$; y para el primer medio servira de formulario $\sqrt[3]{a^2b}$, lo que indica que se quadre 1000, y se tendra 1000000, que multiplicado por 1331. se tendra 1331000000 cuya raiz cubica es 1100 por el caudal, y ganancia del fin del 1º año.

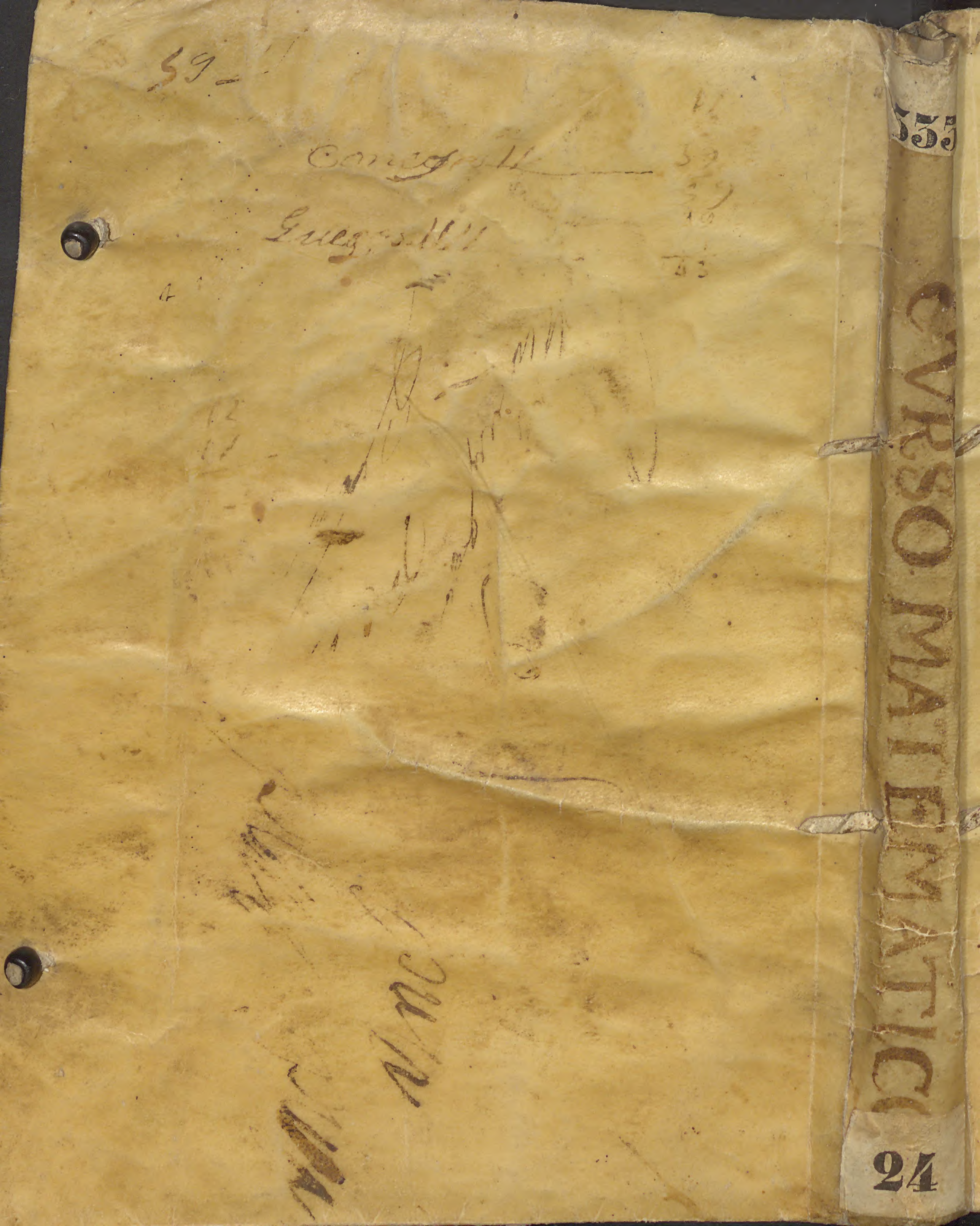
El caudal, y gananancia del 2º., se hallara con una regla de tres; diciendo 1000 .. 1100 :: 1100 .. x y hecha la regla saldra por 4º. termino $x = 1210$, y se vera que ganara a razon de 10 por 100

Fin del Tratado de Arithmetica.



28

208
703
501
2
15 . 1


535
CVRSO MATEMATIC
24